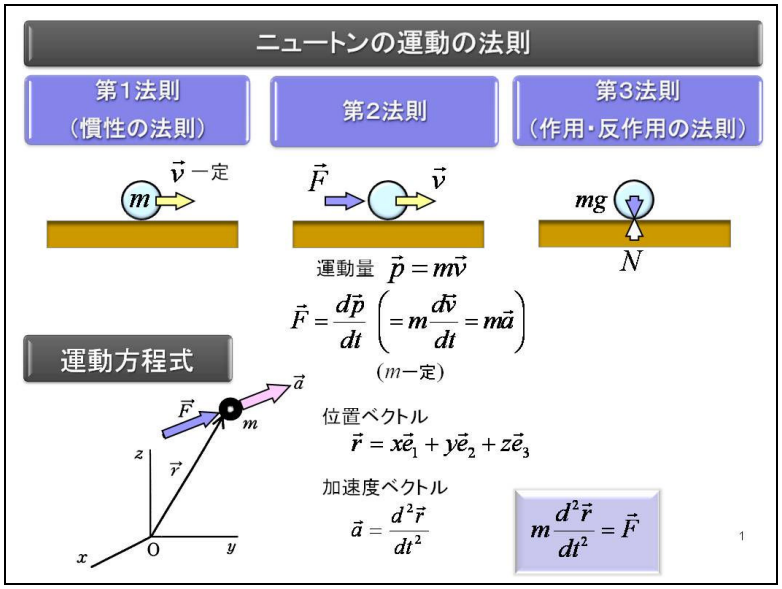
1．ニュートンの運動の法則



1. これから振動工学の勉強を始めます.
2. 振動工学とは，物体が振動するという現象を数学的に解析する学問です.
3. この，振動解析の基本となっているのが，みなさん既に力学で聞いたかと思いますが，ニュートンの運動の法則です.
4. このニュートンの法則は３つの法則から成っています.
5. まず第1法則は，慣性の法則です.
6. たとえば平らな床の上を，球が速度vで移動しているとしましょう.
7. この質点に力が何も働いていないとすると，速度vは一定のまま移動しつづけます.
8. もし球が止まっているとすれば，すなわち速度が０であれば，そこに留まり続けます.
9. このような性質のことを，慣性の法則と呼んでいます.
10. つぎに第２法則ですが，これは物体にはたらく力と加速度の関係を表したものです.

1. Now, let's start to study vibrations.
2. Vibration engineering is a subject to analyze vibration phenomena mathematically.
3. The vibration analysis is based on Newton's laws of motion, which you have already studied in the lectures on dynamics.
4. Newton's laws of motion is composed of three laws.
5. The first law is the law of inertia.
6. For example, suppose that a ball is moving with the velocity v on a flat horizontal floor.
7. If no force acts on this mass, the mass continues to move with the constant velocity v.
8. If the ball is at rest, i.e. the velocity is zero, it continues to stay there.
9. Such a characteristic is called the law of inertia.
10. Next is the second law of motion, which expresses the relationship between the forces acting on a mass and the acceleration.

11.	いま，こちらの図のように速度 v で動いている質量 m の球に力 F が作用しているとします.	11. Suppose, as shown in the figure, a force F acts on the particle with mass m moving with the velocity v.
12.	ここで，ニュートンは運動量という物理量を考えました.	12. Here, Newton considered the quantity called momentum.
13.	運動量は質量×速度で定義されます.	13. The momentum is defined as the product of the mass and the velocity.
14.	つまり，質量 m の物体が速度 v で移動しているとき，mv という物理量を持っていることになります.	14. Namely, a body with mass m and with velocity v has a certain physical quantity mv.
15.	一般にこの運動量を，p という記号で表します.	15. Generally, this quantity is represented by the notation p.
16.	速度は方向を持っていますので，運動量も方向を持ちます.	16. Since velocity has a direction, momentum also has a direction.
17.	つまり，これらはベクトル量になります.	17. Namely, these quantities are vectors.
18.	もし，物体に力が加われば，運動量が変化します.	18. If a force acts on a body, its momentum changes.
19.	第２法則は，その時の運動量の変化と力の関係を与えています.	19. The second law gives the relationship between the change in momentum and the force.
20.	式にすると，力 F は，運動量が時間変化する割合 dp/dt という量で表されます.	20. This law means that the force F is equal to the time rate of change in momentum as dp/dt.
21.	これは，力が働くと運動量が変化する，と見ることもできますし，逆に運動量が変化したら力が働いていると見ることもできます.	21. This can be interpreted as, if a force is applied, the momentum changes. Or, the change in momentum means a force is applied.
22.	もし質量が一定ならば，mv の微分は，m が外へ出ますから dv/dt となります.	22. When mass is constant, the derivative of mv becomes $m(dv/dt)$ with m outside of it.
23.	この，速度が時間変化する割合のことを，加速度といい，a で表します.	23. The time rate of change in velocity is called the acceleration and is denoted by a.
24.	この場合には $F = dp/dt$ を使うとよいでしょう.	24. In this case, we can use the expression $F = ma$.
25.	しかし，例えばロケットを考えてもらうと，燃料を消費しながら飛行しますので，m も v も時間により変化します.	25. However, for example, in the case of a rocket consuming fuel, both m and v change with time.
26.	この場合には $F = dp/dt$ を使わなければなり	26. In such a case, we must use $F = dp/dt$.

ません.

27. 第３の法則は，作用・反作用の法則です.
28. 例えば床の上に球が置いてあると，これには重力 mg が加わります.
29. 重力が加わっているのに，球が床にめり込まないということは，床から重力と逆向きに同じ大きさの抗力 N が働いているからだと考えられます.
30. このように物体どうしが互いに力を及ぼしあうとき，それらは大きさが同じで向きが逆になることを，作用・反作用の法則と呼んでいます.
31. このように３つの法則がありますが，一番よく使うのが第２法則です.
32. これをもとに，運動方程式というものを導いていきましょう.
33. たとえば，空間に質点 m があり，それが速度 v をもって移動しているとします.
34. これを，xyz の直交座標系を使って，質点の位置を位置ベクトル $\vec{r}$ で表します.
35. いま，x 方向，y 方向，z 方向における長さ１の単位ベクトルを，それぞれ $\vec{e}_1$，$\vec{e}_2$，$\vec{e}_3$ で表すと，位置ベクトル $\vec{r}$ は，$x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$ と表されます.
36. また，加速度は，位置を時間で２階微分したものですから，$d^2\vec{r}/dt^2$ で表されます.
37. これを先ほどの第２法則で得られた式に代入しますと，こちらの $m\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}$ という式が得られます.
38. これが運動方程式です. これを使っていろいろな振動系の解析を行います.

27. The third law is about the action and the reaction.
28. Consider a ball on a floor, the gravitational force mg is acting on it.
29. The ball does not move into the floor. This means that a reaction force N which is equal and opposite to the gravity works.
30. In this way, when bodies interact, a pair of forces equal to each other in magnitude but opposite in direction arise.
31. Among these three laws of motion, we often use the second law.
32. Based on this, we derive the equations of motion.
33. Suppose, a particle with mass m is moving in space with a velocity v.
34. In this situation, the position of this particle is represented by the vector $\vec{r}$ in the rectangular coordinate system x y z.
35. Using the unit vectors $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ in the x, y, z directions respectively, the position vector $\vec{r}$ is represented by $x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$.
36. Since the acceleration is the second derivative of the position by time, it is represented by $d^2\vec{r}/dt^2$.
37. Substituting this into the above equation obtained from the second law, we obtain $m\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}$.
38. This is the equation of motion. Hereafter, we analyze various kinds of vibration system utilizing this equation.

キーワード

・運動量　・運動方程式　・質点　・慣性の法則　・作用反作用の法則

日本語解説

題「法則」

「法則」とは、一定条件のもとでいつも成立する関係のことです。
例：ニュートンの万有引力の法則

文１「振動工学」

「振動」とは、物体がある周期を持って揺れ動くことです。「工学」(engineering)の「工」という字は、上下２つの面に穴をあけて通すことを示しています。穴をあけることは高度な技術が必要だったことから、この字は技術の意味になったということです。この字を使った言葉に「工業、工場、人工、工具、加工、工作」など、この分野の重要語があります。

文２「現象」

観察できるさまざまな事実のことを「現象」といいます。
例：温暖化現象の影響で世界各地の気候に異変が起きている。

文２「解析」

「analysis」は、日本語では、分析、解析などと訳されます。「分析」は、成分分析、分析化学、などのように、事物の内容を分解して成分、要素等を調べるときによく使われ、「解析」は物事を数理的に解き明かし、研究するときによく用いられます。

文３「基本」

漢字「基」は、四角い土台を表しており、「もと、もとになるもの、もとづく」等の意味があります。「基」を使う語句には「基づいて、基にして、基礎、基準、基盤、基調」などがあります。「基本」は、物事がそれにもとづいて成立する根本のことです。

文３「既に」

「既に」は、そのことは、もうすんでいる、ということを表しています。

文４「～は～から成っている」

製品の部品や構成要素について述べるときに「A は○や○からできています」という表現がよく使われます。

文５・文 10「まず、次に、」

「まず、・・・　次に、・・・　最後に・・・。」は、物事を順序立てて説明するときなどによく使われる表現です。

例：まず、電源を入れる。次に、機能を選択する。最後に機械を作動させる。

☞「講義に役立つ日本語」

文５「慣性」

「慣性」とは、外部からの力が働かない限り、物体はその状態を続けるという性質のことです。

文６「平らな」

「平ら」は表面にでこぼこがなく、傾斜もない、重力に対して直角な面です。

文７「何も働いていない」

「何も」のあとには否定形がきます。「何か」「何でも」の後は肯定形が来ます。（例外：何でもない）

例：・何も　　何も考えない。
　　・何か　　かばんの中に何か入っている。
　　・何でも　この部屋には工具類は何でもある。

文７「一定のまま」

「一定」は、ある決まった時間、程度、状態等であることです。

文８「留まり続ける」

動かない状態を続けることです。

文９「性質」

物事が持っている特色のことです。

文９「～と呼んでいる」

「呼ぶ」は、名づけるということです。

文 10「加速度」

「加速度」は単位時間に速度が増加する割合のことです。

文 10「表す」

考えなどを表に出して示すことです。

文 11「図」

図とは、物の形や仕組みなどを見てわかるように点や線や形で平面上に表したものです。例えば、設計図、絵、地図、グラフなどです。

文 11「質量」

物体が持つ物質の量のことです。

文 11「作用」

「作用する」とはここでは、「はたらきかける」という意味です。漢字「作」は、音読みで「サク」と読むときは「作る」という意味、「サ」と読むときは、「する」という意味であることが多いです。

例：　「サク」：　製作、制作、工作、試作、作図
　　「サ」：　作業、操作、動作、作動、作用

文 12「～量」

漢字「量」は「穀物のしるし(曰)＋重」で、米や麦のような穀物の重さをはかること、また、はかった重さを示しています。「量」は「穀物や砂や粉など、数を数えられないものの重さ、大きさをはかるときに用います。「量」を使う言葉には、「量る、測量、計量、数量、容量、大量、多量、少量、増量、減量」などがあります。

文 13「定義」

「定義」は definition です。ある事物・言語等の意味・用法・概念等について、共通の認識を得るために、正確に限定することです。

文 14「つまり」

「つまり」の後に、前の文の要約が示されます。

例：日本の高齢化率は 2025年に約40％となることが予想されている。つまり、５人に２人が高齢者となるということだ。

文 15「一般に」

「一般に」は、「普通は」という意味です。「一般的に」という言い方もあります。

文 16「方向」

漢字「方」は、「すき」という四角い形の農具を表しています。そこから、四角→東西南北→方角→道筋、方法というように意味が発展しました。「方向」は、向いて行こうとする方角のことです。

文 18「が加わる」

「～が加わる」は、何かが足されることです。他動詞は「～を加える」です。「力が加わる」は、力がかかることです。

文 18「変化する」

「変化」はかわることです。この漢字を使った言葉には、「～が変わる、～を変える、変だ、変形、変圧、変色、変換、変更、急変、激変」などがあります。

☞「講義に役立つ日本語」

文 19「を与える」

「与える」には、もとは上の人から下の人に何か物を「やる」という意味があり、対義語（反対の意味の言葉）には、「受ける」などがあります。「与える」は何か物を「やる」という用法のほかに、「影響を与える　⇔　影響を受ける」、「損害を与える　⇔　損害を受ける」のように、物でないもののときにもよく使われます。「物体に与えられた外力」という受身の形は、意味としては「物体が受けた外力」と同じになります。

文 20「式」

「式」は数学でよく使います。「方程式 (an equation)」「公式 (a formula)」などです。

文 20「割合」

「割合」は、全体の中であるものが他のものと比べて多いか少ないかの程度です。

文 21「逆」

「逆」は、反対・さかさまの方向に進むことです。

文 25「燃料」

「燃料」は石油や石炭など、燃やして熱を起こすための材料です。

文 25「を消費する」

物や時間その他を使って、その結果それがなくなることを「消費する」といいます。

例：電力を消費する。

文 28「床の上に球が置いてある」

「床の上に球が置いてある」は、誰かが「置く」という動作をした結果、球が床の上にあることを表しています。球が存在しているだけのときには、「床の上に球がある」という表現をします。

文 29「めり込む」

物の表面が圧されてくぼむこと、また、物が別のものにはまり込むことです。

文 29「逆向き」文 30「向き」

「向き」は方向です。「向」は、ある方向に顔や体を向けること、その方向に進むことで、「向」を使う言葉は「～を向く（自動詞）、～を向ける、～が～に向かう、向き、向け、向こう、向かい、方向、傾向、向上、上向き、下向き、前向き」など多くあります。

文 29「抗力」

「抗力」とは、物体の表面に働いて、その運動を妨げる力です。

文 30「物体どうしが互いに」

性質や身分などがお互いに似ている、お互いの関係が共通している人や物のことを「同士」といいます。「互いに」というのは、２つ以上のものが同じことをしている、同じ状態であるときに使います。

文 30「力を及ぼしあう」

漢字「及」は、逃げる人の背中に追いかける人の手が届いたところを示しています。「及ぼす」はその場まで範囲を広げるという意味です。「力を及ぼしあう」とは、それぞれの力の範囲を相手にまで広げるという意味になります。

文 32「導く」

目標の方向に向かうように手引きすることです。

文 35「～における」

「における」は、「(場所・時間・分野・領域など）での」という意味です。

例： 機械設計における静力学の原理の利用

文 37「得る」

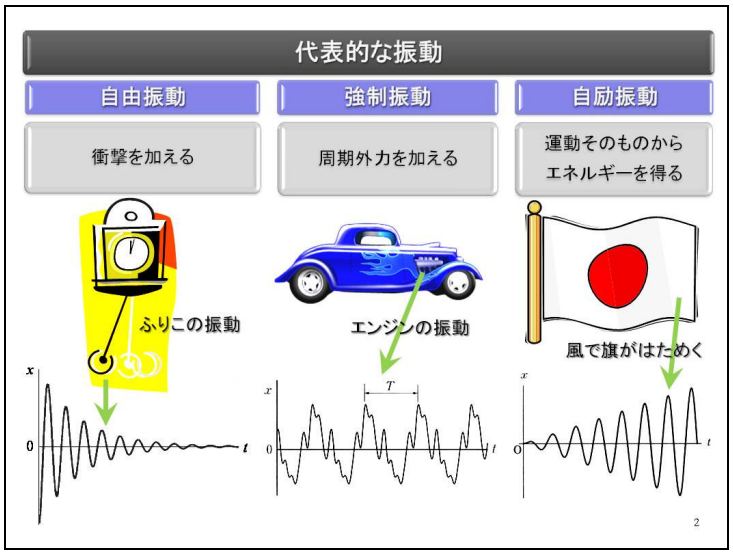
「得る」は「える」または「うる」と読みます。「自分のものにする、手に入れる、取り入れる」などの意味があります。

例： ・利益を得る　・好成績を得る　・やむを得ない　・あり得ない

文 38「系」

相互に作用しあったり関連を持ったりするひとまとまりやシステム等を系といいます。

2. 代表的な振動の種類



1.	解析を行う前に，代表的な振動について説明しておきます.	1. Before the analysis, let's have a look on major vibrations.
2.	みなさんも普段の生活でいろいろ経験していると思いますが，振動にはいろいろな種類があります.	2. As you experience in a daily life, there are various kinds of vibrations.
3.	中でも自由振動と強制振動と自励振動が代表的なものとして挙げられます.	3. The representative ones are free vibrations, forced vibrations and self- excited vibrations.
4.	自由振動は，たとえば振り子を考えてもらえばよいでしょう.	4. As an example of a free vibration, let's consider a pendulum.
5.	振り子に衝撃を与えると揺れますが，いずれ止まります.	5. When an impulse is applied to a pendulum, it swings and soon damped out.
6.	この下のグラフは横軸に時間，縦軸に振幅をとっています.	6. In this graph, the abscissa represents time and the ordinate represents the amplitude.
7.	こういった波形で表される振動を自由振動といいます.	7. A free vibration has this type of shape.
8.	一般的に，物には減衰がありますから，自由振動は必ず消えてしまいます.	8. Since every system has damping, the free vibration finally ceases.
9.	つぎに強制振動です.	9. Next, I will explain forced vibrations.
10.	エンジンを掛けたまま停止している自動車を考えてみると，エンジンが回ることで自動車の車体ががたがたと揺れます.	10. Consider a parked car with its engine running. The car body vibrates because the engine is rotating.
11.	これはエンジンが発する周期的な外力によ	11. This vibration occurs due to the excitation of the

って起きる振動です.

12. これを強制振動と呼んでいます.
13. 最後に自励振動です.
14. たとえば風が吹いている中に旗があるとしましょう.
15. このとき旗はいつまでもパタパタとはためきます.
16. この場合，特に外からの衝撃や周期的な外力が加わっているわけではありません.
17. 風の流れの中で，旗は自ら揺れていることになります.
18. つまり運動そのものがある種のメカニズムで系の中にエネルギーを取り入れていることになります.
19. このような振動を自励振動といいます.

periodic force produced by the engine.

12. This vibration is called a forced vibration.
13. Lastly, I will explain the self-excited vibration.
14. For example, consider a flag in the wind.
15. This flag will flutter continuously.
16. In this case, neither external impulse nor periodic force is acting.
17. The flag flutters by itself in the wind.
18. Namely, the motion of the flag is charging the energy to the system.
19. Such a vibration is called a self-excited vibration.

キーワード

・自由振動　　・強制振動　　・自励振動

日本語解説

題「代表的」

同類の中でそのグループの性質や特徴を表しているもののことを「代表的」という言葉で表します。

題「種類」

あるグループ全体を、共通の性質で分類したそれぞれのまとまりです。

文１「行う」

「行う」は「する、何かを実際にする」ということです。
例：実験を行う。

文１「～について」

「～について」は、それに関して、そのこと、という意味です。
例：この講義では、材料の変形について考えます。
☞「講義に役立つ日本語」

文２「普段の生活」

「普段」は「いつも、平常」のことです。「普段の生活」は「いつもの生活」のことです。

文２「経験」

「経験」は実際に見聞きしたり、自分でしたりしたことによって得た知識や技術のことです。

文３「強制」

自由をおさえつけて無理に何かをさせることです。

文５「衝撃」

急に物体に加えられた力のことです。

文５「揺れる」

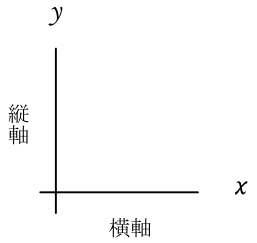
前後、左右などに動くことです。

文５「いずれ」

この場合、「いずれ」は、「そのうち」で、遅くても早くてもどちらにしても同じ結果がやってくるというときに使う表現です。

文６「横軸・縦軸」

「軸」とは、円形のものの中心にある棒状のもののことです。
「縦軸･横軸」を右の図に示します。



文６「振幅」

振動する物体の振動の幅です。静止した状態から最も大きく揺れたところまでの距離です。

文７「こういった波形」

「こういった」は「このような」です。「波形」は波のような形です。

文８「減衰」

「減衰」はだんだん減少して、弱くなっていくことです。

文 10「エンジンを掛ける」

エンジンを作動させるときに使う動詞は、「エンジンをかける、エンジンがかかる、エンジンを止める、エンジンが止まる」です。

文 10「停止する」

「停止する」は一時的に止まることです。

例：車が赤信号で停止した。

文 10「がたがたと揺れる」文 15「旗がパタパタとはためく」

「がたがた」「パタパタ」などは、オノマトペ（擬音語･擬態語）です。「がたがた」はエンジンや木箱などが動くときの様子や音を表しています。「ぱたぱた」は薄くて軽いものがひらめいたり打ち合わさったりするときの様子や音を表しています。

文 11「周期的」

一定の時間を置いて同じことが繰り返されることを「周期的」といいます。

文 11「によって起きる」

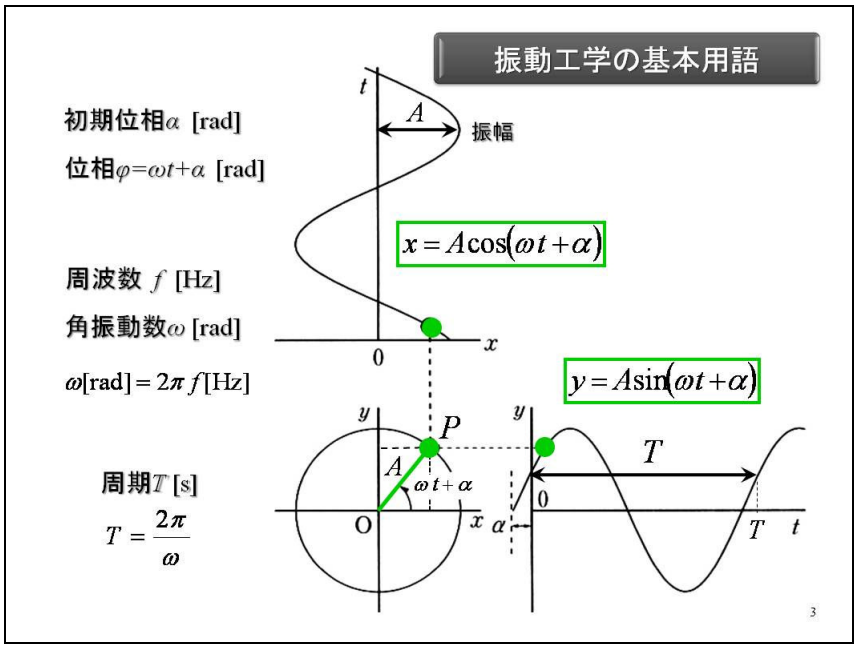
「～によって」は、ここでは、「～が原因で」という意味です。「～によって」は手段、動作主などを表すこともあります。

☞「講義に役立つ日本語」

文 17「自ら」

「自ら」は、自分から、自分で、という意味です。

3. 振動工学の基本用語



1. ここでは，振動工学で使う基本的な用語について説明します.
2. 強制振動にしても，自由振動にしても，正弦波状の振動をするということを皆さん経験していると思います.
3. この正弦波状の振動というのは，円運動をする点の射影として表すことができます.
4. たとえば，平面上で半径 A で円運動をする点 P を考えます.
5. x 軸と y 軸は直交座標です.
6. この点 P は時間０のときに，角度 α をもつとし，１秒間に角度 ω だけ回転するとします.
7. この時，点 P の角度は $\omega t+\alpha$ で表されます
8. この α を初期位相といい， $\omega t+\alpha$ を位相と呼んでいます.

1. Now, I will explain fundamental terminologies used in the vibration engineering.
2. You probably experienced sinusoidal vibrations in forced oscillation and free oscillations.
3. This sinusoidal oscillation is expressed by the projection of a circular motion.
4. For example, we consider point P which executes a circular motion with radius A in a plane.
5. The x axis and y axis are rectangular coordinates.
6. This point P is located at the position with angle α at time $t=0$ and rotates an angle ω per one second.
7. In such a case, the angular position of the point P is given by $\omega t+\alpha$.
8. This angle α is called the initial phase and the angle $\omega t+\alpha$ is called phase.

9. これは普通，ラジアンという単位で表されます.
10. この点Pをy軸上へ射影すると，この線のように移動します.
11. これは$y=\sin(\omega t+\alpha)$という式で表されます.
12. 同様にx軸への射影は，$x=\cos(\omega t+\alpha)$という式で表されます.
13. ここで，振動波形のおなじ波形が現れる時間を周期と呼んでいます.
14. この図でいいますと，時間Tが周期に該当します.
15. １秒間にこの波形が繰り返す回数を，周波数と呼んでいます.
16. そしてこの周波数に１周分の角度2πをかければ，１秒あたりの回転角の大きさになります.
17. これを角振動数ωといいます.
18. よって，$\omega=2\pi f$という関係がなりたちます.
19. また周期というのは，点が１周するのに要する時間のことですから，１周の角度2πを１秒あたりの回転角ωで割ったものになります.
20. よって，$T=2\pi/\omega$というように表すことができます.

9. These angles are usually represented by the unit “radian”.
10. The projection of this point P on the y axis moves on this curve.
11. This curve is given by the expression $y=\sin(\omega t+\alpha)$
12. Similarly, the projection on the x axis is given by $x=\cos(\omega t+\alpha)$.
13. The time duration between two consecutive points where the same shape of the wave appear is called “period”.
14. In this figure, T represents the period.
15. The number of repetition of this shape in one second is called the frequency.
16. The angle swept during one second is obtained by multiplying 2π to the frequency.
17. This angle is called the angular frequency ω.
18. Therefore, the relationship $\omega=2\pi f$ holds.
19. Since the period means the time necessary to move one cycle, it is obtained by dividing the angle 2π by the angle ω.
20. Therefore, it is expressed by $T=2\pi/\omega$.

キーワード

・初期位相　・位相　・周波数　・角振動数　・周期

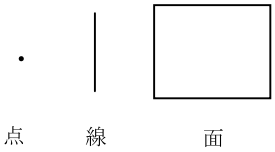
日本語解説

題「用語」

「用語」とは、特定の分野の人がその分野の中で使う言葉です。

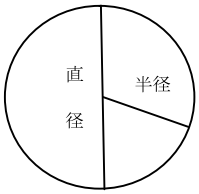
文３・10「点・線・面」

「点・線・面」を右の図に示します。



文４「半径」「直径」

円周または球面の一点から、円または球の中心を結んだ線の長さを半径といいます。また、半径の２倍が直径です。



文６「１秒間」

時間の単位:　１時間＝60分＝3,600秒

文６「回転」

ある軸を中心に回ることです。

例：地球は地軸を中心に回転している。

文９「単位」

ミクロンやメートルは長さの単位、分・秒は時間の単位、グラムは重さの単位です。

文 12「同様に」

「同様に」は、おなじようにということです。

文 14「該当する」

その条件にあてはまるということです。

例：奨学金申請資格該当者に説明会が行われた。

文 15「繰り返す」

同じことを何回もすることです。

例：製品の改善のため実験を繰り返した。

文 16「周波数」

電波・音波などが単位時間に振動する回数を「周波数」といいます。

文 18「よって」

「よって」は「したがって」と同じような意味で使います。前のことを根拠にして、後ろの結論になるときに使います。

例：２で割り切れる整数のことを偶数、２で割り切れない整数のことを奇数という。７は２で割り切れない。よって、７は奇数である。

文 19「また」

「また」は、その他に、ならびに、という意味で並列と追加の意味を持っています。
例：本学では自動車通学は禁止されています。また、オートバイ通学には許可が必要です。
☞「講義に役立つ日本語」

文 19「要する」

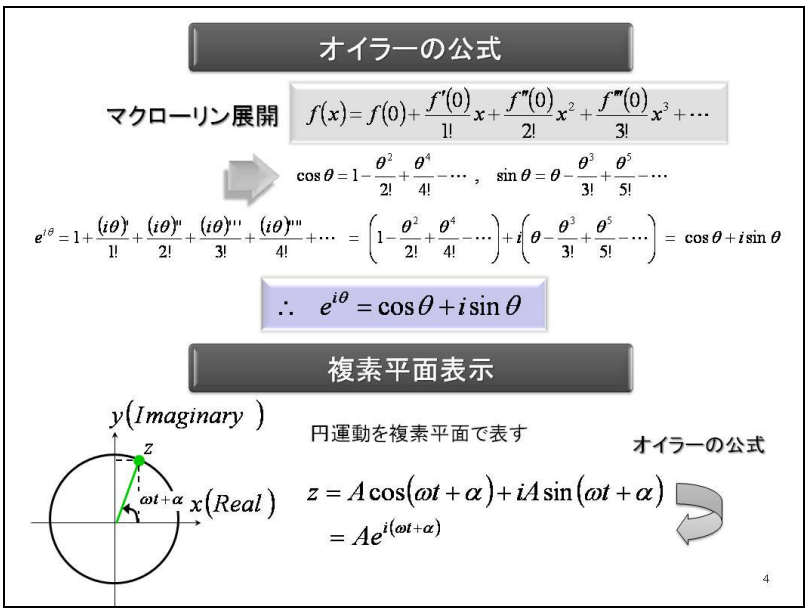
「要する」は、必要とするということです。

文 19「割る」

「割る」は「÷」です。　例：　36÷4＝9　（さんじゅうろく　わる　よん　は　きゅう）
計算のことばは以下の通りです。

＋：　足し算　　足す　　答えは「和」　（例：１＋３＝４　→　１足す３は４、１と３の和は４）
－：　引き算　　引く　　答えは「差」
×：　掛け算　　掛ける　答えは「積」
÷：　割り算　　割る　　答えは「商」

4. オイラーの公式と複素平面表示



1. 振動工学では複素数を使うことが，よくあります.
2. 実数の sin と cos を複素数と結びつけるには，オイラーの公式を用います.
3. これからオイラーの公式を導きますが，それには，みなさんが微分・積分で勉強しましたマクローリン展開を使います.
4. たとえば，変数 x の関数である $f(x)$ を x のべき級数で表すと，

$$f(x)=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\frac{f'''(0)}{3!}x^3+\cdots$$

というように，どこまでも続いていきます.
5. さきほど cos や sin を使いましたが，$\cos\theta$ をマクローリン展開すると，θ の偶数乗のべき級数で表されます.
6. これは奇数乗の項は 0 になるからです.
7. また同様に，$\sin\theta$ は θ の奇数乗のべき級数で表されます.
8. ここで，$e^{i\theta}$ という指数関数をマクローリン

1. The complex number is often used in the vibration engineering.
2. Euler's formula connects the real "sine", "cosine" to the complex number.
3. Now, I will derive Euler's formula. In that derivation, Maclaurin expansion which you already studied in the mathematics on the calculus will be used.
4. For example, $f(x)$, the function of x, is expressed by the expansion

$$f(x)=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\cdots$$

which has infinite number of terms.
5. Maclaurin expansion of $\cos\theta$ is expressed by only even power terms like this.
6. In this case, all the even power terms become zero.
7. Similarly, $\sin\theta$ is expressed by only odd power terms on θ.
8. The exponential function $e^{i\theta}$ is expanded to

展開すると，このようなべき級数になることが分かります.

9. ここで虚数単位 i の２乗が－１になるという性質から，実部は θ の偶数乗に，虚部は θ の奇数乗になります.

10. これを上の式と比較してみると，実部が $\cos\theta$, 虚部が $\sin\theta$ に等しいことが分かります.

11. このように，$e^{i\theta}$ が $\cos\theta$ と $\sin\theta$ で表されるこの式を，オイラーの公式と言います.

12. つぎに，xy 平面での円運動を複素平面に重ねてみましょう.

13. x 座標は $A\cos(\omega t+\alpha)$ ，y 座標は $A\sin(\omega t+\alpha)$ でした.

14. ここで x 軸を実軸に，y 軸を虚軸に対応させて，図のような複素数 z を表すと，オイラーの公式から $Ae^{i(\omega t+\alpha)}$ という式になることが分かります.

15. 複素数を使うことで，円運動をネイピア数 e の指数関数で表現できるようになります.

such a power series by Maclaurin expansion.

9. Considering that the square of the imaginary unit is －1, we see that the real part is represented by the powers of even order and the imaginary part is represented by the odd powers.

10. Comparing this with the upper expressions, we know that the real part is equal to $\cos\theta$ and the imaginary part is equal to $\sin\theta$.

11. Therefore, $e^{i\theta}$ is expressed by $\cos\theta$ and $\sin\theta$. This expression is called Euler's formula.

12. Next, let's overlap the circular motion in the xy-plane on the complex plane.

13. We had the x–coordinate as $A\cos(\omega t+\alpha)$ and the y–coordinate as $A\sin(\omega t+\alpha)$.

14. If we corresponds the x–axis to the real axis and the y–axis to the imaginary axis, from Euler's formula, we see that this motion can be expressed by the complex number $z=Ae^{i(\omega t+\alpha)}$.

15. In this way, by using the complex number, the circular motion is expressed by the exponential function using Napier's constant e .

キーワード

・複素数　　・級数　　・複素平面　　・べき級数

日本語解説

文２「用いる」

「用いる」は「使う」とほぼ同じように使います。
例：・静力学の原理を用いる。　　・モデルを用いた実験

文３「展開」

「展開」の一般的な意味は、広くひろがる、発展させて新しい方向へ進む、というような意味があります。

文４「どこまでも」

無限に、限りなく、という意味です。

文５「さきほど」

「先ほど」は少し前、さっき、のことです。「さっき」より丁寧な言い方です。

文５・６「偶数・奇数」

２で割り切れる整数のことを偶数、 ２で割り切れない整数のことを奇数といいます。

文８・10・14「～と、～ことが分かります」

「～と」の前に、「このようなことを行うと」という条件が入り、その結果、次のようなことが分かる、というように、手順を踏むと自然に結果が導き出されるときによく使う表現です。

文 10「比較する」

「比較」とは、比べることです。また、「比較的」という使い方もあり、これは「一般的基準と比べて、割合に」という意味です。

例： ・２機種の性能を比較する。 ・このエンジンは比較的耐久性に優れている。

文 10「～に等しい」

「等」という漢字は「同じ、同じようにそろっている」という意味や「～など」という意味があります。「等しい」というのは、同じであるということです。「＝」のことを「等号」と言います。

文 12「重ねる」

「重ねる」は、物の上に別の同じものをのせて積み上げることです。

例：机の上に書類を重ねて置く。

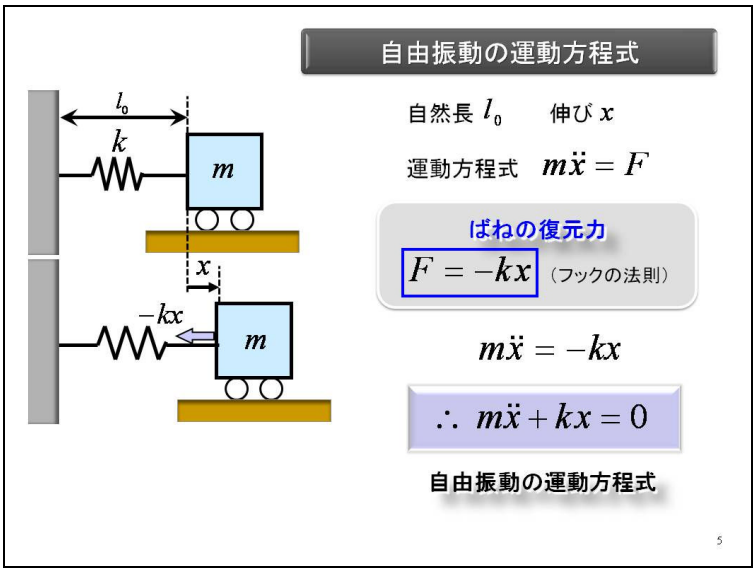
文 14「～に対応させる」

ある種類のひとつが、別の種類のひとつと決まった関係にあることを「対応」するといいます。「させる」は使役形(causative form)です。

文 15「表現」

心的なものや意味などを外に出して表すことを「表現する」といいます。

5. 自由振動の運動方程式



1.	ここからは実際に，振動の解析を行っていきます.	1.	From now, we start the analysis of vibration.
2.	最初は，自由振動について運動方程式を導いてみましょう.	2.	First, we derive the equation of motion for the free vibration.
3.	図のように，ばねに質量がついた系を考えます.	3.	We consider the system where a mass is attached to a spring as shown in figure.
4.	ここで，質量は滑らかな平面上を移動しているものとします.	4.	It is assumed that the mass is sliding on a smooth surface.
5.	ばねの自然長を l_0 として，下の図のように，右向きに x だけ移動したとします.	5.	Let the natural length of the spring be l_0, and the displacement in the right-hand direction be x as shown in the figure.
6.	すると，左向きにばねの復元力が作用します.	6.	Then the restoring force in the heft-hand direction appears.
7.	復元力はフックの法則より，左向きなので $-kx$ となります.	7.	From Hook's law and considering the direction of this force, the restoring force is expressed by $-kx$.
8.	この復元力を運動方程式の力 F に代入しますと，$m\ddot{x} = -kx$ という表現になります.	8.	Substituting this restoring force into the force F in the equations of motion, we obtain the expression $m\ddot{x} = -kx$.
9.	ここで，$\ddot{x}$ について触れておきます.	9.	Here, I will explain about $\ddot{x}$.
10.	さきほど変位ベクトル $\vec{r}$ の，2階時間微分を $d^2\vec{r}/dt^2$ で表しました.	10.	The second derivative of the deflection vector $\vec{r}$ by time was represented by $d^2\vec{r}/dt^2$

			before.
11.	しかし振動工学では，式の表現を簡単にするために，時間微分はドットをつけて表します.	11.	However, in the vibration engineering, the derivative by time is represented by “dot” for simplicity
12.	よって，$\ddot{x}$はxを時間で２回微分したものです.	12.	From this, we see that $\ddot{x}$ means the second derivative by time.
13.	これを整理すると，このように２階の微分方程式が得られます.	13.	Rearranging this, we can obtain this differential equation of the second order.
14.	これが自由振動の運動方程式です.	14.	This is the equations of motion governing a free vibration.

キーワード

・質量　　・自然長　　・復元力

日本語解説

文４「滑らかな」

ものの表面にでこぼこがなく、平らで摩擦力が働かないこと、また、ものごとがつかえないで、スムースに進行することです。

文４「ここで～とします」

「ここで～とします」は仮定として条件を設定するときに使われます。

例：ここで摩擦はゼロとします。

☞「講義に役立つ日本語」

文６「復元力」

「復元力」は、元の状態に戻す力のことです。

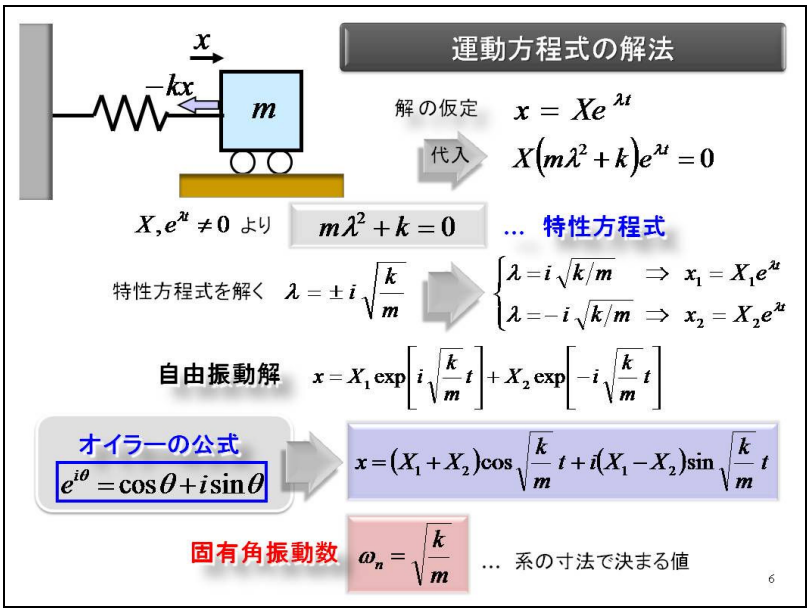
文９「触れておきます」

「触れる」はさわることですが、ここでは、そのことについて話す、話題として取り上げるという意味です。

文 13「整理」

「整理する」は、バラバラになって乱れたものをきれいな状態にすることです。また、要らない物を捨てる、片付けるという意味もあります。

6. 運動方程式の解法



1. つぎに，この運動方程式を解いていきましょう．
2. 微分方程式を解くには解を仮定しますが，この系は正弦波状に振動する，ということが予想できますので，多少天下り的ではありますが，ここでは $x = Xe^{\lambda t}$ と仮定します．
3. X と λ は未知数です．
4. この x を運動方程式に代入すると，$X(m\lambda^2 + k)e^{\lambda t} = 0$ となります．
5. X と $e^{\lambda t}$ は 0 ではないので両辺割りますと，$m\lambda^2 + k = 0$ という式が得られます．
6. これを特性方程式といいます．
7. これを解くと，λ は虚数として，$\pm i\sqrt{k/m}$ が得られます．
8. これを初めに仮定した解へ代入します．
9. この λ が $+i\sqrt{k/m}$ のときの解を x_1 とし．また $-i\sqrt{k/m}$ のときの解を x_2 とします．
10. 微分方程式の解法により一般解 x は x_1 と x_2

1. Next, let's solve this equation of motion.
2. In order to solve the differential equation, we assume the solution. Since it is expected that the mass execute a sinusoidal motion, we assume that the solution has the form $x = Xe^{\lambda t}$
3. Here, X and λ are unknown parameters.
4. Substituting x into the equation of motion, we obtain $X(m\lambda^2 + k)e^{\lambda t} = 0$.
5. Since X and $e^{\lambda t}$ do not become zero, we can divide this expression by these quantities and obtain $m\lambda^2 + k = 0$.
6. This equation is called the characteristic equation.
7. From this, we obtain λ as $\pm i\sqrt{k/m}$ which are imaginary numbers.
8. We substitute these values into the assumed solution.
9. When $\lambda = +i\sqrt{k/m}$, let the solution be x_1 and for $\lambda = -i\sqrt{k/m}$, be x_2.
10. From the method of solving differential

の和で表されますので，自由振動解は，

$$x = X_1 \exp\left[i\sqrt{\frac{k}{m}}t \right] + X_2 \exp\left[-i\sqrt{\frac{k}{m}}t \right]$$

で与えられます.

11. この自由振動解にオイラーの式を適用すると，cos と sin による形に変形できます.

12. この式における角振動数 $\sqrt{k/m}$ を固有角振動数と呼び，ω_n で表します.

13. 固有角振動数は質量 m やばね定数 k といった，系の寸法で決まる角振動数です.

equations, the general solution for x is represented by the summation of x_1 and x_2 and is given as follows.

11. Applying Euler's formula to this solution, we can obtain the solution expressed in sine and cosine.

12. The angular frequency $\sqrt{k/m}$ is called the natural angular frequency. We denote it by ω_n.

13. The natural angular frequency is the frequency which is determined by the mass m and the spring constant k.

キーワード

・自由振動解　・固有角振動数　・微分方程式　・未知数　・特性方程式　・一般解

日本語解説

文１「解く」

「解く」は、答えを出す、という意味です。

文２「解」題「解法」

「解」は、問題の答え、「解法」は解き方のことです。

文２「仮定」

考え等を説明していく上で仮にそうだと決めて進めることです。

文２「予想する」

ある物事の今後の展開について前もって結果等を考え、想像することです。

文２「多少」

いくらか、少し、という意味です。

文２「天下り的」

「天下り的」とは、ここでは「上からの一方的な押し付け」という意味です。

文６「特性」

「特性」とは、そのものだけがもっている特別の性質のことです。
例：素材の特性を生かした製品を開発する。

文 10「和」

「和」は足し算の答えです。計算のことばは以下の通りです。
＋：　足し算　　足す　　答えは「和」　（例：１ + ３=４　→ １足す３は４、１と３の和は４）
－：　引き算　　引く　　答えは「差」
×：　掛け算　　掛ける　答えは「積」
÷：　割り算　　割る　　答えは「商」

文 11「適用する」

「適用」とは、ここでは、式をあてはめて用いることです。「適」の漢字には、まっすぐ行く、まともに向かう、という意味があり、そこから、ぴったり合う、あてはまるという意味に発展しました。「適」を使う言葉には「適する、適当、適切、適応、適合、適用、適度、適量、適正、適性、快適、最適」などがあります。

文 11「形」「変形」

「形」は、外に見える様子のことです。「変形」は、形が変わること、あるいは形を変えることです。
例：落としたため、箱が変形した。
☞「講義に役立つ日本語」

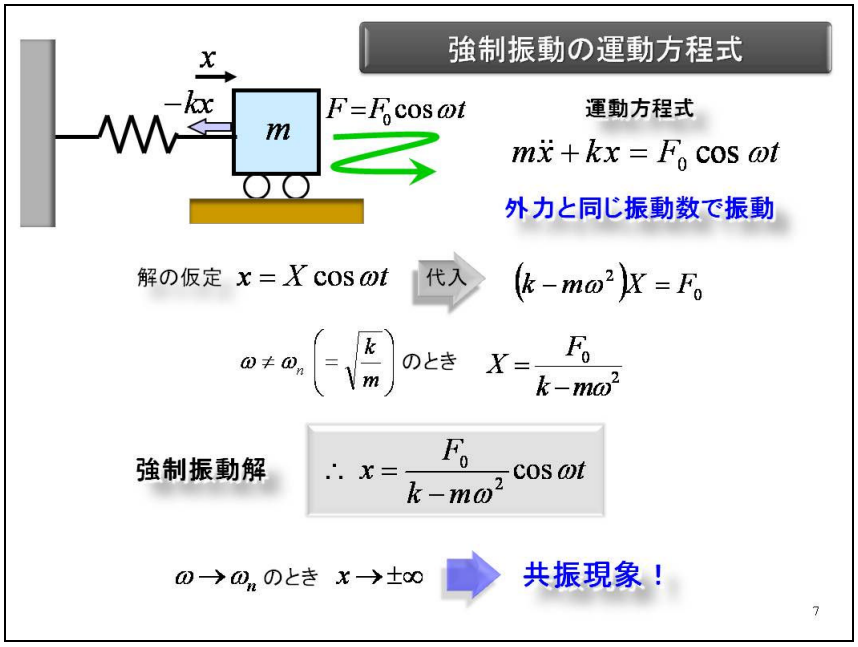
文 12「固有」

「材料固有の」というのは、「その材料だけに特別の」という意味です。
例：その土地にはその土地固有の食文化がある。

文 13「寸法」

「もとの寸法」とは、もとの大きさ、長さのことです。
例：洋服を作るため体の寸法を測る。

7. 強制振動の運動方程式



1. つぎは強制振動について説明します.
2. まずは強制振動の運動方程式を導きましょう.
3. さきほどのばね・質量系に周期的な外力 F が加わったと考えます.
4. この F という力は，$F_0 \cos\omega t$ で表されるとします.
5. すると先ほどの運動方程式に，復元力に加えて力がもう一つ加わったと考えられますから，$m\ddot{x} + kx = F_0 \cos\omega t$ という形で表せます.
6. これを解くわけですが，外力が周期的な力ですから，物体もそれと同じ応答をすると予測できます.
7. そこで，解を $x = X\cos\omega t$ と仮定します.
8. これを運動方程式に代入します.

1. Next, I will explain about the forced vibration.
2. Let's derive the equations of motion for the forced vibration.
3. We add a periodic force to the spring-mass system considered before.
4. It is assumed that this force F is represented by $F_0 \cos\omega t$.
5. Then this force gets added to the restoring force and the equation of motion becomes $m\ddot{x} + kx = F_0 \cos\omega t$.
6. We solve this equation. We can imagine that the response has the same form as the periodic excitation force.
7. Then we assume the solution as $x = X\cos\omega t$.
8. This solution is substituted into the equation of motion.

9. $\cos\omega t$が両辺にありますので，両辺割ると$(k-m\omega^2)X=F_0$という関係が得られます.

9. Since the terms with $\cos\omega t$ exist in both hands, the equation is divided by it and obtain the relationship $(k-m\omega^2)X=F_0$.

10. ωがω_nでないとき，振幅Xは$F_0/(k-m\omega^2)$と求まります.

10. When ω is not ω_n, the amplitude is obtained as $F_0/(k-m\omega^2)$.

11. この振幅Xを元の仮定した解に代入すれば，強制振動解は$x=\dfrac{F_0}{k-m\omega^2}\cos\omega t$となります.

11. Substituting X into the originally assumed solution, we obtain $x=\dfrac{F_0}{k-m\omega^2}\cos\omega t$.

12. ここで１つ，注意しなければならないことがあります.

12. Here, we must pay attention to one thing.

13. 固有角振動数ω_nというのは$\sqrt{k/m}$でした.

13. The natural angular frequency ω_n was $\sqrt{k/m}$.

14. もしωが固有角振動数ω_nに近づけば，分母は０に近づくため，振幅Xは無限大に発散してしまいます.

14. If the frequency ω approaches to the natural frequency ω_n, the denominator approaches zero and therefore the amplitude X becomes infinite and diverges.

15. これが共振と呼ばれる現象です.

15. This phenomenon is called the resonance.

キーワード

・ばね　・質量系　・外力　・応答　・振幅　・共振　・強制振動解　・振幅大

日本語解説

文３「が加わる」文５「を加える」

他動詞「～を加える」は、足すことです。自動詞は「～が加わる」です。「力を加える」は、力をかけること、「力が加わる」は、力がかかることです。

文５「すると」

前のことに続いて、後のことが起きるときに使います。

例：A液にB液を加えた。すると、激しい反応が起こった。

文６「応答する」

「応答」は、質問に対して答えることです。

文６「予測する」

将来の出来事や結果を、資料や経験をもとに推測することです。

文 10「求まる」

一般的には「求められる」と言いますが、数学や物理の分野で「求める」（他動詞）に対応する自動詞として「求まる」が使われます。

文 14「近づく」

近くによっていくこと、差がなくなっていくことです。

文 14「分母」

分数　a/b　の b を分母、a を分子といいます。

文 14「無限大」

限りなく大きいことです。

文 14「発散する」

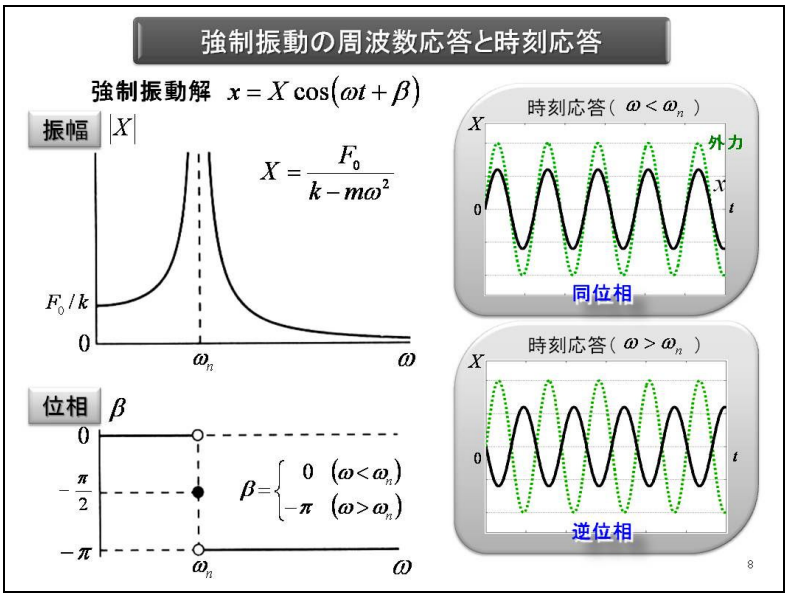
「発散」は、外へ発して散ること、広がっていって収束しないことです。

文 15「現象」

観察できるさまざまな事実のことを「現象」といいます。

例：温暖化現象の影響で世界各地の気候に異変が起きている。

8. 強制振動の周波数応答と時刻応答



1. さきほど，式として求めた振幅の変化を，ここではグラフに書いて考えてみましょう．
2. 強制振動解の振幅 X というのは，$F_0/(k-m\omega^2)$ で表されます．
3. 横軸に周期外力の角振動数 ω，縦軸に振幅 X の絶対値を取って表すと，このような曲線となります．
4. 角振動数 ω が０のときには，振幅が F_0/k Ｆになりますから，これが切片の値です．
5. そして ω が固有角振動数 ω_n のとき，振幅が無限大になります．
6. さらに角振動数が大きくなると，振幅が小さくなっていき，０に収束します．
7. このように周波数に対する振幅の大きさの変化を表した曲線を周波数応答曲線や，共振曲線と呼んでいます．

1. Now, let's discuss the results by drawing a graph.
2. The amplitude X of the forced oscillation is expressed by $F_0/(k-m\omega^2)$.
3. Let the abscissa express the frequency ω of the periodic force and the ordinate express the absolute value of the amplitude X. Then, the result is expressed by this curve.
4. The amplitude becomes F_0/k when the angular frequency ω is zero. This expresses the value of the intercepting point on the y axis.
5. When the angular frequency ω becomes the natural angular frequency ω_n, the amplitude becomes infinite.
6. If the angular frequency ω increases further, the amplitude decreases and converges to zero.
7. Such a curve which represents the magnitude and change of the amplitude for the frequency is called the frequency response curve or the resonance curve.

8. つぎに位相についての周波数応答を求めてみます.
9. 外力の角振動数が ω_n より小さいときには，物体の位相 β は０，ω_n より大きくなると $-\pi$，つまり 180° 遅れます.
10. 今度は入力される外力と物体の時間応答の関係を見てみましょう.
11. ω が ω_n より小さいときには，右上のグラフのように外力を示す破線と物体の応答を示す実線が同じような形になります.
12. これを同位相といいます.
13. ω が ω_n より大きくなると，破線と実線が半周期ずれた形になります.
14. これを逆位相といいます.
15. 振動を解析する大きな目的の１つは，このような共振現象が動作帯域に表れないよう機械を設計することにあります.

8. Next, let's discuss the frequency response for the phase.
9. The phase is zero when the angular frequency is smaller than ω_n. It is $-\pi$ when it is larger than ω_n, which means that the phase of response is delayed by 180°.
10. Next, let's discuss the relationship between the response of the input force and the response of the mass in time.
11. When ω is less than ω_n, the dotted curve for the excitation force and the smooth curve for response of the mass move in the same direction in time.
12. This relationship is called the same phase.
13. When ω is larger than ω_n, the dotted curve and the smooth curve differ by a half-period.
14. This relationship is called the opposite phase.
15. One of the main objectives of the vibration analysis is to design the machine not to have resonance in the operation range.

キーワード

・周波数応答曲線　・共振曲線　・時間応答　・逆位相　・動作帯域

日本語解説

文１「求める」

「求める」は、「ほしがる、希望する」という意味ですが、この文で「求められる」は、「得られる」という意味です。

例：この問題の解を求めなさい。　（＝この問題の答えを出してください。）

文３「曲線」

「直」はまっすぐ、「曲」はまがるという意味で、直線はまっすぐな線、曲線は曲がった線です。

直線：　　曲線：

文４「値」

「値」とは、科学では数で表したもののことです。一般的にはものの価値やねうちのことです。

文７「に対する」

「～に対し」は「～に対して」の連用中止の形です。～を対象に、～に向けて、という意味です。
例：留学生に対して奨学金が支給される。
☞「講義に役立つ日本語」

文 11「破線・実線」

「破線」は等間隔に切れ目の入った線です。「実線」は切れ目のない線です。

破線：－－－－－－－－－－－－－－　　実線：――――――――――――――

文 11「を示す」

「示す」は、他の人にわかるように、指をさしてみせる、はっきり知らせる、というような意味です。
「示」を使う言葉は「図示、例示、表示、指示、提示、開示、展示、示唆」などです。

文 13「半周期ずれた形」

「ずれる」とは、基準から外れるということです。「半周期ずれる」とは、波形が重ならず、周期が半分離れていることです。

文 15「設計する」

「設計」はデザインです。設計とは、何かを作成する際に、必要なものを検討し、それらをどのような構成で作るかを決定することです。