

はじめに

1. これからフーリエ級数とフーリエ積分について勉強します。 1. From now on, we study a Fourier series and a Fourier integral.
2. また、これらフーリエ級数やフーリエ積分を用いる「フーリエ解析」という解析の基礎事項を学びます。 2. We also study the basic concepts of “Fourier analysis” using Fourier series and Fourier integral.
3. フーリエ解析とは、関数を周波数成分に分けて調べることです。 3. Fourier analysis is to study functions, dividing them into frequency components.
4. 私たちは、未知の信号について調べるとき基本的に慣れ親しんだ形を通じて、感知しようとしています。 4. When we investigate unknown signals, we try to recognize them with a familiar form.
5. ですから複雑な数値信号をsinやcosのように慣れ親しんだ形で解釈することがいかに重要であるかを学ぶことができます。 5. Therefore, it is important to interpret a complicated numerical signal with familiar sine and cosine functions
6. 数学者フーリエは、「任意の関数は、三角関数の級数で表すことができる。」と述べています。 6. The mathematician Fourier stated, “Any function can be expressed with a series of trigonometric functions.”
7. これはフーリエの定理と呼ばれています。 7. This is called Fourier’s theorem.
8. その後多くの数学者たちによって、フーリエの理論は厳密化され、現代のフーリエ解析の基となりました。 8. Since then, many mathematicians have rigorously defined Fourier’s theory and it became the basis of modern Fourier analysis.
9. フーリエ解析は線形微分方程式を解くにあたって、非常に有用な手法であるとともに、物理学や工学の幅広い分野で頻繁に用いられています。とくに工学の分野では、信号処理などで利用されています。 9. Fourier analysis is a greatly useful method when solving a linear differential equation and is also frequently used in fields such as physics and engineering. In the engineering field, it is especially used in a signal processing.
10. 工学における解析手法として無くてはならないものです。 10. This is an essential analytic method in engineering field.

キーワード

・フーリエ級数, ・フーリエ係数, ・フーリエ解析, ・三角関数

日本語解説

文7 「フーリエの定理」

「フーリエ」は Fourier を日本語の読み方にしたものです。

このように、外国語の発音を日本語で置き換えた言葉は、カタカナで書きます。このような言葉のことをカタカナ語と言います。その際、元の外国語と発音が大きく異なるものもあるので、注意が必要です。

日本人以外の人の名前は、外国語の発音を日本語の読み方にしたカタカナ語で読んだり書いたりすることがあります。また、日本人以外の漢字の名前の場合、外国語の発音を日本語の読み方にしたカタカナ語を使う場合と日本語の漢字の読み方を使う場合があります。

(例) Cramer クラメル
Euler オイラー
Beethoven ベートーベン ベートーヴェン
Einstein アインシュタイン
金 大中 김 대중 Kim Dae-jung キム デジュン
胡 锦涛 Hu Jintao ホウー チンタオ こ きんとう

「定」は定める (to decide) という意味です。「定理」は理 (law, rule) を定めるという意味で theorem になります。似た言葉に「定義」があり、義 (meaning, justice) を定めるという意味で definition になります。

このように、漢字を組み合わせた言葉を熟語 (compound word) といい、それぞれの漢字や言葉の意味を組み合わせた意味を表します。

「定理」のように、前の漢字が動詞 (verb) になって後ろの漢字が目的語になっている2字の熟語があります。

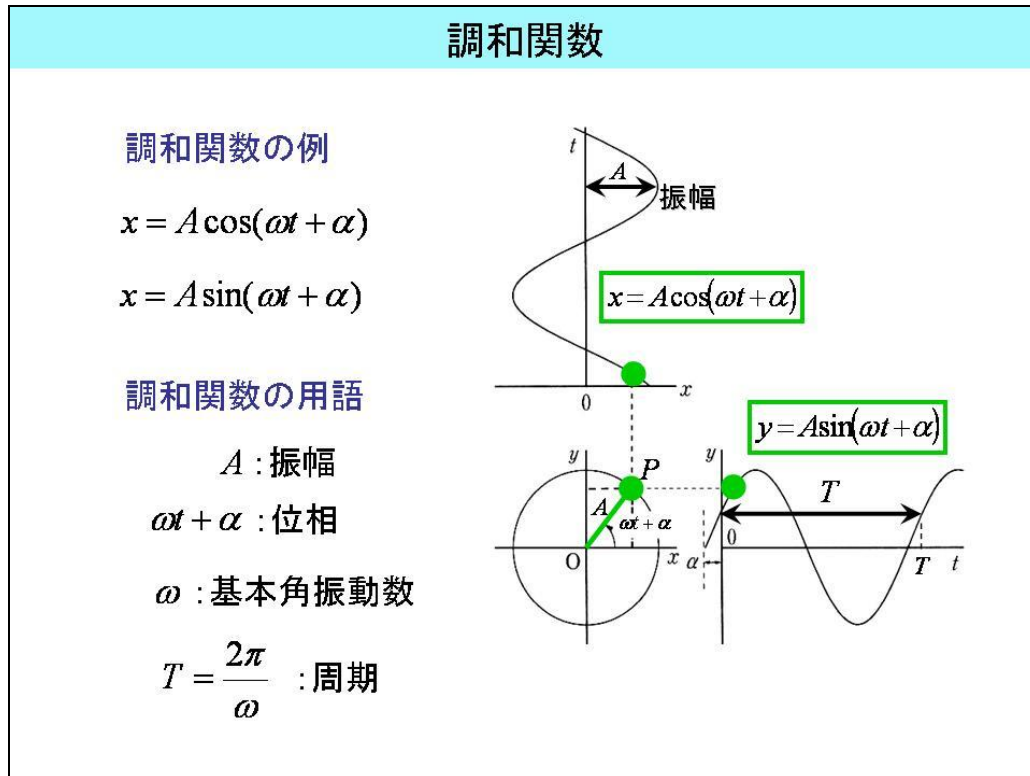
(例) 作文 composition → 文 (sentence) を作る (to make)
帰国 homecoming → 国 (country) へ帰る (to return)
喫茶 drinking tea → お茶 (tea) を飲む = 喫 (to have)

文9 「工学」

「学」という字は「学ぶこと」「学問」study という意味です。色々な言葉の後ろについて、学問分野を表します。

(例) 工 engineering → 工学 (study of) engineering
数 number → 数学 mathematics
解析 analysis → 解析学 (study of) analysis
代数 algebra → 代数学 (study of) algebra
幾何 geometry → 幾何学 (study of) geometry

ちょうわかんすう 1. 調和関数



- | | |
|---|--|
| <p>1. まず、^{ちょうわかんすう}調和関数について^{せつめい}説明します。</p> | <p>1. I first explain a harmonic function.</p> |
| <p>2. この^ご後で^{せつめい}説明しますが、^{おな}同じ^{はけい}波形が^{いつてい}一定の時間ごとに表れる関数を周期関数といいます。</p> | <p>2. Though I will explain it later in detail, we call a function where the same waveform appears repeatedly a periodic function.</p> |
| <p>3. またこの^{いつてい}一定の^{じかん}時間のことを^{しゅうき}周期といいます。</p> | <p>3. We call this constant time between repetitions a period.</p> |
| <p>4. この^{しゅうきかんすう}周期関数のうち、^{きほんてき}基本的な^{かんすう}関数は^{よげん}余弦波^{せいげんは}cosや^{しんどう}正弦波sinです。</p> | <p>4. Among these periodic functions, the fundamental functions are cosine wave and sine wave.</p> |
| <p>5. このcosやsinで^{あらわ}表される^{かんすう}関数を^{ちょうわかんすう}調和関数といいます。</p> | <p>5. Functions that are expressed with a cosine and a sine are called harmonic functions.</p> |
| <p>6. つまりこの2つの^{しき}式のように$x = A \cos(\omega t + \alpha)$, $x = A \sin(\omega t + \alpha)$などが^{ちょうわかんすう}調和関数であるといえます。</p> | <p>6. Thus, we can say that functions such as $x = A \cos(\omega t + \alpha)$, $x = A \sin(\omega t + \alpha)$ are harmonic functions.</p> |
| <p>7. ここで、Aというのは^{しんどう}振動の^{さいだいへんい}最大変位であ</p> | <p>7. A is the maximum displacement of</p> |

- り、振幅しんぷくといいます。
8. この場合、位相いはいは $\omega t + \alpha$ となります。
9. また角振動数 ω はフーリエ解析かいせきでは基本角振動数きほんかくしんどうすうとよばれます。
10. また、調和関数ちょうわかんすうにおいては周期しゅうきというのは、
角速度かくそくどを用いて表あらわされます。
11. 点 P は、ぐるぐると円軌道えんきどうを描えがきますので
周期 T は $2\pi/\omega$ となります。
- vibration and is called the amplitude.
8. In this case, $\omega t + \alpha$ is the phase.
9. The angular frequency ω is called a fundamental angular frequency.
10. In the case of harmonic function, the period can be expressed using an angular velocity.
11. Since the point P moves in a circular trajectory, period T is given by $2\pi/\omega$.

キーワード

・周期関数、 ・調和関数、 ・振幅、 ・基本角振動数

日本語解説

文 4 「余弦波 $\cos$ や正弦波 $\sin$ 」

「 $\cos$ 」は cosine を日本語の読み方にしたコサインと読みます。また、「 $\sin$ 」は sine を日本語の読み方にしたサインと読みます。

「余」は余る (to be left) という意味の漢字です。また、「正」は正しい (correct, (moralistically) clean, good, honorable) という意味の漢字です。「弦」は弓 (bow) に張る糸 (string) という意味の漢字です。転じて、弓のような形の曲線 (chord) を表します。

「余弦」は弓の形の曲線が途中で切れる (= 端が余る) グラフを示し、コサインという意味になります。

「正弦」は弓の形の曲線がちょうど途中で切れない (= 正しく合う) グラフを示し、サインという意味になります。

また、「波」は wave という意味の漢字です。海の波だけではなくて、波のような形のものも両方表します。

したがって、「余弦波」は余弦の波、コサインのグラフという意味の熟語になります。同じく「正弦波」は正弦の波、サインのグラフという意味の熟語になります。

3字の熟語の場合では、このように前の 2 つの漢字が後ろの漢字を説明するものがあります。

(例) 自転	rotation	+	車	cycle	=	自転車	bicycle
地下	underground	+	鉄	鉄道 (train)	=	地下鉄	subway
先進	developed	+	国	country	=	先進国	developed country

文6 「2つの式」

「2つ」はtwoですが、ものを数える時に使います。「つ」は数詞（counter）と言い、数字に付いてものを数えるのに使います。この時、数字の読み方が変わるので注意が必要です。また、10以上を数える時には「つ」が付きません。

数字の漢字と数え方

1	一	いち	1つ	ひとつ
2	二	に	2つ	ふたつ
3	三	さん	3つ	みっつ
4	四	し よん	4つ	よっつ
5	五	ご	5つ	いつつ
6	六	ろく	6つ	むっつ
7	七	しち なな	7つ	ななつ
8	八	はち	8つ	やっつ
9	九	きゅう	9つ	ここのつ
10	十	じゅう	10	とお
11	十一	じゅういち	11	じゅういち
12	十二	じゅうに	12	じゅうに
13	十三	じゅうさん	13	じゅうさん
		...		...

文6 「 $x = A\cos(\omega t + \alpha)$, $x = A\sin(\omega t + \alpha)$ 」

アルファベットも英語の発音を日本語の発音に置き換えたもので読みます。 x はエックス、 A はエー、 t はティーと読みます。

数学や物理ではアルファベットの記号がたくさん出てきます。下の表はアルファベットの読み方です。読み方が2つ以上あるものもあります。

アルファベットの読み方

a	エー エイ	j	ジェー ジエイ	s	エス
b	ビー	k	ケー ケイ	t	ティー
c	シー	l	エル*	u	ユー
d	ディー	m	エム*	v	ブイ* ヴィー
e	イー	n	エヌ* エン	w	ダブリュ ダブル*
f	エフ	o	オー	x	エックス*
g	ジー	p	ピー	y	ワイ
h	エイチ エッチ*	q	キュー	z	ゼット* ズィー
i	アイ	r	アール*		

一部、英語の発音と大きく異なるもの、促音（小さい「ッ」）が入るもの（表中の*印）が間違いやすいので注意が必要です。

次に、「 ω 」は **omega** を日本語の読み方にしたオメガ、「 α 」は **alpha** を日本語の読み方にしたアルファと読みます。

「 $=$ 」は等号と言い、英語の **equal** を日本語の読み方にしたイコールと読みます。

「 $+$ 」は英語の **plus** を日本語の読み方にした“プラス”と読みます。“足す”と読まれることもあります。

また、「(」は“かっこ”、「)」は“かっこ閉じ”“かっこ閉じる”などと読みますが、読まないこともあります。

以上の読み方をまとめて、「 $x = A \cos(\omega t + \alpha)$ 」は“エックス イコール エー コサイン (かっこ) オメガ ティー プラス アルファ (かっこ閉じる)”などと読まれ、「 $x = A \sin(\omega t + \alpha)$ 」は“エックス イコール エー サイン (かっこ) オメガ ティー プラス アルファ (かっこ閉じる)”などと読まれます。

文 1 1 「周期 T は $2\pi/\omega$ となります」

「 T 」は t と同じでティールと読みます。

「 $2\pi/\omega$ 」は分数 (fraction) ですが、読み方は“オメガ 分の に パイ”というように、はじめに分母 (denominator) を読んで、“分の”という言葉をはさみ、最後に分子 (numerator) を読みます。

(例) $1/2$: 二分の一

$2/3$: 三分の二

または「/」は“割る”と読んだり、**slash** を日本語の読み方にしたスラッシュと読んだりすることもあります。

分数の分は分ける (to divide) という意味の漢字です。

分母の母はお母さん (mother) という意味の漢字です。

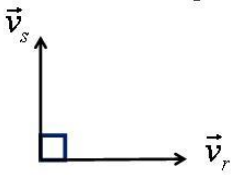
分子の子は子ども (child) という意味の漢字です。

2. 関数の直交列

関数の直交列

ベクトルの直交列

ベクトル列 $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots$



関数の直交列

関数列 $\psi_1(x), \psi_2(x), \psi_3(x), \dots$

区間
($0 \leq x \leq 2\pi$)

直交列 $\vec{v}_r \cdot \vec{v}_s = v_r v_s \cos 90^\circ = 0$

同じ $\vec{v}_r \cdot \vec{v}_r = v_r^2$

直交列 $\int_0^{2\pi} \psi_r(x) \psi_s(x) dx = 0 \quad (r \neq s)$

同じ $\int_0^{2\pi} \psi_r^2(x) dx = a^2$

- | | |
|---|---|
| <p>1. つぎに、関数の直交列について説明しますが、まずベクトルの直交列について考えてみましょう。</p> <p>2. いま、ベクトル列が $v_1, v_2, v_3, \dots$ というように無数に与えられるとします。</p> <p>3. この中から、任意の2個のベクトルを取り出して、2つのベクトルの内積をとります。</p> <p>4. v_r と v_s の内積をとると、$\cos 90^\circ$ が0となるので、0が得られます。</p> <p>5. このときは、この2つのベクトルは図のように、直角となります。</p> <p>6. また、同じベクトルを2つ取り出した場合には、この式のように v_r^2 となります。</p> | <p>1. Next, I will explain the orthogonality of vectors before explaining the orthogonality of functions.</p> <p>2. Now, we assume that a countless vector sequence is given as $v_1, v_2, v_3, \dots$.</p> <p>3. Among these, we select arbitrarily two vectors, and we calculate their dot product.</p> <p>4. When we calculate the dot product of v_r and v_s, we can obtain zero since $\cos 90^\circ$ is zero.</p> <p>5. In this case, these two vectors form a right-angle.</p> <p>6. In the case of selecting the same two vectors, we can obtain v_r^2 as shown.</p> |
|---|---|

7. これと同じように関数の直交列を考えます。

8. いま、区間が 0 以上 2π 以下で定義される関数の集合があるとします。

9. ベクトル列と同じように、関数がこのように $\psi_1(x), \psi_2(x), \dots$ というふうになくさん集まっている状態です。

10. この中から、任意の 2 個の関数を取り出して、この 2 つの関数に

$$\int_0^{2\pi} \psi_r(x) \psi_s(x) dx = 0$$

が成立するとします。

11. これは、任意の 2 個の関数 $\psi_r(x)$ と $\psi_s(x)$ の積を 0 から 2π の区間で積分すると 0 になるという関係です。

12. この式が成立するとき、この関数列は、直交列であるといえます。

13. さらに、同じ関数 $\psi_r(x)$ を取り出した場合には、

$$\int_0^{2\pi} \psi_r^2(x) dx$$

となり、これは零でない値を持ちます。

それを a^2 とおきます。

In the same way, we will discuss the orthogonality of functions.

Now, we assume an assembly of functions that are defined in the range $0 \leq x \leq 2\pi$.

Like we did with a vector sequence, we assume an assembly of countless functions such as, $\psi_1(x), \psi_2(x), \dots$

8. In this function series, we pick out any two functions and assume that the following relation holds

$$\int_0^{2\pi} \psi_r(x) \psi_s(x) dx = 0$$

9. This means that the integration of the product of two arbitrarily selected functions $\psi_r(x)$ and $\psi_s(x)$ in range from 0 to 2π is 0.

10. When these relations hold, we can say that this function series is orthogonal.

11. We pick out the same function and assume that

$$\int_0^{2\pi} \psi_r^2(x) dx$$

has a non-zero value. Here, we represent it by a^2 .

キーワード

・直交列, ・ベクトル列, ・関数列, ・区間, ・集合

日本語解説

文4 「cos90°」

“コサイン きゅうじゅう ど”などと読みます。“ど”は“度”とい^{かんじ}漢字を使^{つか}います。

“度”は物事の^{ものごと}程度 (degree) を表^{あらわ}す漢字です。ある^{ことば}言葉や漢字にこの^{かんじ}漢字がつくと、その^{ていど}程度を表^{あらわ}す^{ことば}言葉になります。

この場合は^{ばあい}角 (angle) の^{おお}大きさを表^{あらわ}していますから、“^{かくど}角度” (degree of an angle) という^{ことば}言葉を使^{つか}います。

(例)	^{かど} 角	angle	→	^{かくど} 角度	degree of an angle
	^{はや} 速い	fast	→	^{そくど} 速度	speed
	^{あたた} 温かい	warm	→	^{おんど} 温度	temperature
	^{たか} 高い	high	→	^{こうど} 高度	altitude, height
	^{かそく} 加速	accelerate	→	^{かそくど} 加速度	acceleration

文8 「0以上2π以下」

文13 「零」

^{すうじ}数字の「0」は“^{れい}れい”または zero を^{にほんご}日本語の^よ読み方にした“^{ゼロ}ゼロ”と^よ読みます。^{かんじ}漢字は「^{れい}零」です。

「^{いじょう}以上」は more という^い意味で、「^{いじょう}～以上」は more than ～を示^{しめ}す表^{ひょうげん}現になります。また「^{いか}以下」は less という^い意味で、「^{いか}～以下」は less than ～を示^{しめ}す表^{ひょうげん}現になります。

「^{うへ}上」は upper という^い意味の^{かんじ}漢字です。「^{した}下」は「^{うへ}上」の^{はんたい}反対の^い意味の^{かんじ}漢字で under という^い意味です。

「^{うへ}上」と「^{した}下」を^く組み合わせた“^{じょうげ}上下”という^{じゆくご}熟語があり、^{うへ}上と^{した}下の^{りょうほう}両方ある^{あいだ}いはその^{あいだ}間 (both/between upper and under) を表^{あらわ}す^{ことば}言葉になります。

このように、^{はんたい}反対の^い意味の^{かんじ}漢字を^く組み合わせた^{じゆくご}熟語があります。

(例) ^{うへ}上 upper + ^{した}下 under → ^{じょうげ}上下

この^{おきもの}置物は^{じょうげ}上下が^{はんたい}反対です。

^{だい}大 big + ^{しょう}小 small → ^{だいしょう}大小

^{くつ}靴の^{はんたい}サイズは^{だいしょう}大小いろいろあります。

^{こう}高 high + ^{てい}低 low → ^{こうてい}高低

この^{やまみち}山道は^{こうていさ}高低差がかなりあります。

^{おとこ}男 man + ^{おんな}女 woman → ^{だんじょ}男女

この^{だんじょ}クラスは^{だんじょ}男女^{いっしょ}一緒に^{じゆくご}授業を受^うけます。

^{ひだり}左 left + ^{みぎ}右 right → ^{さゆう}左右

^{さゆう}左右をよく^み見て^{みち}道を^{わた}渡りましよう。

文 13 「 $\int_0^{2\pi} \psi_r^2(x) dx$ 」

積分の記号「 $\int$ 」は、そのまま“せきぶん”または **integral** を日本語の読み方にした“インテグラル”と読みます。

例えば、この式は“インテグラル ゼロ から にパイ まで ファイ アール じじょう (かっこ) エックス (かっこ閉じる) ディー エックス”などと読みます。

乗数 (power number) は、数字に“乗”を付けて読みます。「 ψ_r^2 」なら、二乗 (second power)

で、“にじょう”あるいは“じじょう”と読みます。その時、数字の読み方が変わることがあるので注意が必要です (表中の*印)。

数字の漢字と乗数の数え方

1	一	いち	一乗	いちじょう
2	二	に	二乗	にじょう *じじょう
3	三	さん	三乗	さんじょう
4	四	し よん	四乗	よんじょう
5	五	ご	五乗	ごじょう
6	六	ろく	六乗	ろくじょう
7	七	しち なな	七乗	ななじょう
8	八	はち	八乗	はちじょう
9	九	きゅう	九乗	きゅうじょう
10	十	じゅう	十乗	じゅうじょう
11	十一	じゅういち	十一乗	じゅういちじょう
12	十二	じゅうに	十二乗	じゅうにじょう
13	十三	じゅうさん	十三乗	じゅうさんじょう
		...		...

3. 調和関数の直交列

調和関数の直交列

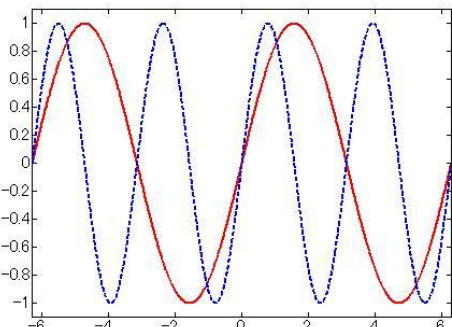
調和関数列 $(0 \leq x \leq 2\pi)$

$$\{1, \cos x, \cos 2x, \dots, \sin x, \sin 2x, \dots\}$$

任意の2つの調和関数

$\sin x$ ———

$\sin 2x$ - - - - -



直交列 $\int_0^{2\pi} \sin x \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \cos x dx - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \cos 3x dx = 0$

同じ $\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} dx - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \cos 2x dx = \pi$

- | | |
|---|--|
| <p>1. それでは、関数の直交列を具体的に、調和関数に適用して調べてみましょう。</p> | <p>1. Let us investigate the orthogonality of functions using a concrete function of harmonic functions.</p> |
| <p>2. 区間が0以上2π以下で定義される関数の集合があるとします。</p> | <p>2. We assume that there is an assembly of functions defined as $0 \leq x \leq 2\pi$.</p> |
| <p>3. 具体的には1, $\cos x$, $\cos 2x$, $\sin x$, $\sin 2x$ のような集合を考えます。</p> | <p>3. The concrete assembly of functions is $1, \cos x, \cos 2x, \dots, \sin x, \sin 2x, \dots$</p> |
| <p>4. この関数列から任意の2つの調和関数を取り出すとします。</p> | <p>4. From this function sequence, we select two harmonic functions.</p> |
| <p>5. 例として$\sin x$と$\sin 2x$を取り出した場合を考えます。</p> | <p>5. For example, we assume the case of picking out $\sin x$ and $\sin 2x$.</p> |
| <p>6. $\sin x$と$\sin 2x$のグラフは図のように表されます。</p> | <p>6. The graphs of $\sin x$ and $\sin 2x$ are expressed in the figure.</p> |
| <p>7. 実線で表されているのが$\sin x$で、破線で表されているのが$\sin 2x$です。</p> | <p>7. $\sin x$ is expressed with a solid line and $\sin 2x$ with a broken line.</p> |
| <p>8. グラフを見ると、$\sin x$の周期は$\sin 2x$の</p> | <p>8. When we see the graphs, we can</p> |

周期の2倍となっていることがわかります。

9. このとき、さきほどの関数の直交列に関する式を計算してみます。

10. 積分 $\int_0^{2\pi} \sin x \cdot \sin 2x dx$

の被積分関数は、2つの三角関数の積です。で、三角関数の公式により、このような $\cos x$ と $\cos 3x$ の和の形へ表されます。

11. この定積分を計算しますと、積分値は0となり、直交列であることが分かります。

12. また、同じ $\sin x$ を取り出すと、

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx$$

となりますので、計算結果は π となります。

13. このように、調和関数の「直交列」という性質を用いることによって、一見複雑な周期関数が、シンプルな調和関数の和で近似して表されることになります。

determine that a period of $\sin x$ is twice as that of $\sin 2x$

9. Let's calculate the expression for the orthogonality mentioned above.

10. The integrand of

$$\int_0^{2\pi} \sin x \cdot \sin 2x dx$$

is a product of two trigonometric functions. It can be transformed to the summation of $\cos x$ and $\cos 3x$ by using a formula of the trigonometric functions.

11. When we calculate this definite integral, we find that its value is 0. This means that these functions are the orthogonal series.

12. If we pick out the same function $\sin x$, we obtain

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx$$

Thus, we obtain π as a result.

13. By using this characteristic of the "orthogonal", a periodic function which seems very complicated can be expressed approximately with the sum of simple harmonic functions.

キーワード

・被積分関数, ・定積分, ・積分値

日本語解説

文1 「具体的に」

「具体的に」の「的」は“～のような”という意味です。「具体」は“全体の一部や例だが、はっきりとしていること”(concretion)という意味で、「具体的に」は concretely という意味になります。この後ろに“な”が付くと“具体的な”(concrete)となり、形容詞(adjective)のような表現になります。また、“に”が付くと「具体的に」となり、副詞(adverb)のような表現になります。

「具体」の反対の意味の言葉は“抽象”で、“はっきりしていないが、全体を捉えられること”(abstraction) という意味です。同様に“的”が後ろについて、“抽象的”(abstractly) という熟語になります。

他にも、この「～的」のように、後ろの漢字1文字が接尾語(suffix) になって、前の言葉の性質や意味を変える熟語があります。

(例)

○～的：～のような

国際 international + 的
代表 representative + 的

→ 国際的 international
→ 代表的 typical

○～化：～になる ～にする

工業 industry + 化
視覚 vision + 化

→ 工業化 industrialization
→ 視覚化 visualization

○～性：～のこと ～の性質

実用 practical use + 性
国民 nation + 性

→ 実用性 practically usefulness
→ 国民性 national character

○人や人の性質

留学 studying abroad + 生 student
大学 university + 生
研究 research + 生
科学 science + 者 person
音楽 music + 家 person
銀行 bank + 員 member
案内 information + 係 officer

→ 留学生 international student
→ 大学生 university student
→ 研究生 research student
→ 科学者 scientist
→ 音楽家 musician
→ 銀行員 banker
→ 案内係 information desk

○場所や建物

研究 research + 室 room
図書 book + 館 building
喫茶 drinking tea + 店 shop

→ 研究室 laboratory
→ 図書館 library
→ 喫茶店 cafeteria

○その他

学生 student + 証 certification
洗濯 washing + 機 machine
日本 Japan + 式 style
数学 mathematic + 史 history
教育 education + 法 method
教育 + 法 law

→ 学生証 student ID
→ 洗濯機 washing machine
→ 日本式 Japanese style
→ 数学史 mathematical history
→ 教育法 educational method
→ 教育法 educational law

文7 「実線」「破線」

「実」は real, truth という意味の漢字です。「線」は line という意味なので、「実線」は solid line と

いう意味の熟語になります。

「破」は破く (to break) という意味ですので、「破線」は broken line という意味の熟語になります。
似た言葉に「点線」があり、意味は同じです。

このように、「線」という漢字の前に漢字一文字を付けて、その線の種類を表します。

(例)	実	real	+	線	→	実線	solid line
	斜	inclined	+	線	→	斜線	slash, slanted line
	下	under	+	線	→	下線	underline
	太	thick	+	線	→	太線	bold line
	赤	red	+	線	→	赤線	red line

文9 「計算してみます」

動詞 (verb) の “～て” の形に “みる” を付けると、“まだ～したことがない、あるいは～するのは難しいことだが、試しに挑戦する (to try to ～)” という意味になります。ここでは、まだ「計算」 (calculation) していなくて、これから今から勉強したことを使って「計算」するという意味になっています。

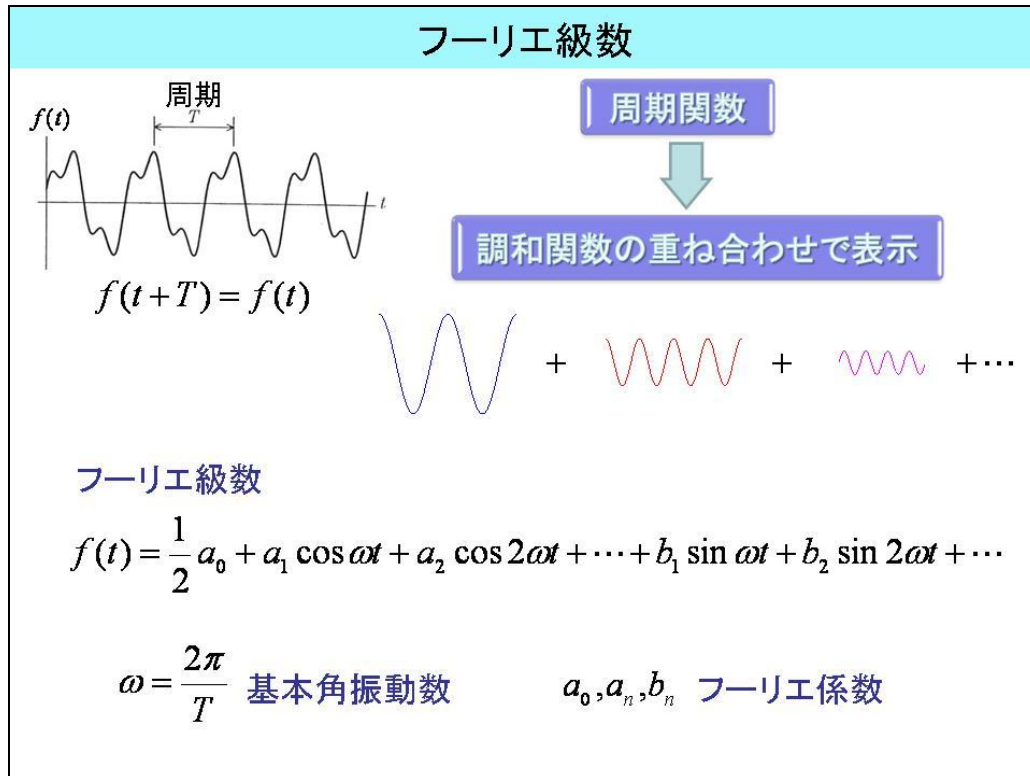
(例) 今度、日本語のクラスに出てみるつもりです。

I will try to participate in the Japanese class.

今日の昼ご飯は学生食堂で食べてみます。

I try to eat lunch at the cafeteria of the university today.

4. フーリエ級数^{きゆうすう}



- | | |
|--|--|
| 1. では、周期関数が具体的にどのように調和関数で表示されるのかを説明します。 | 1. Now, I will explain how a periodic function can be expressed in concrete terms. |
| 2. 実際の振動はグラフのようにギザギザの応答を示します。 | 2. An actual vibration response draws a zigzag line as shown in this figure. |
| 3. ただしこの振動は、周期関数であるとしします。 | 3. However, we assume that this vibration is a periodic function. |
| 4. 周期関数といって皆さんが一番に思い浮かべるのは、おそらく先程の $\sin x$ や $\cos x$ のような三角関数でしょう。 | 4. When you hear “periodic functions”, you probably think of the trigonometric function, such as sine and cosine at first. |
| 5. 三角関数は周期関数の特別の場合です。 | 5. The trigonometric function is one particular example of a periodic function. |
| 6. 同じ波形が現れる最小の時間を周期 T と呼びました。 | 6. We called this minimum time between appearances of the same waveform a period. |
| 7. この周期関数のグラフは時間応答を表しています。 | 7. This graph of periodic function shows a response. |

8. 周期関数^{しゅうきかんすう}においては、ある時刻^{じこく}の関数^{かんすう}の値^{あたい} $f(t)$ と、その時刻^{じこく}の1周期後の値^{しゅうきご} $f(T+t)$ が等しいという関係^{かんけい}が成り立ちます。
9. この周期関数^{しゅうきかんすう}を表すには、調和関数^{ちやうわかんすう}の足し合^あわせで表^{あらわ}します。
10. 多くの振動^{おお しんどう}は周期的であり、幸^{さいわ}いにも周期関数^{しゅうきかんすう}は、こちらにいくつか示^{しめ}してあるグラフのように単純^{たんじゆん}な調和関数^{ちやうわかんすう}の重ね合^{かさ あわ}わせで表示^{ひょうじ}される性質^{せいしつ}を持っています。
11. このように調和関数^{ちやうわかんすう}の和^わで表^{あらわ}す手法^{てほう}のことを「フーリエ級数^{きゆうすう}」とよびます。
12. 結論^{けつろん}を先にいいますと、フーリエ級数^{きゆうすう}を用^{もち}いて、 $f(t)$ はこちらの式^{しき}のように表^{あらわ}されます。
13. 具体的^{ぐたいてき}に見てみますと、まず $a_0/2$ の定数項^{ていすうこう} がきて、 $\cos \omega t$, $\cos 2\omega t$ というように続^{つづ}きます。
14. そしてさらに $\sin \omega t$, $\sin 2\omega t$ の項^{こう}が続^{つづ}く形^{かたち} となります。
15. 定数項^{ていすうこう}の $1/2$ は、 a_1 , a_2 から n 項目^{こうもく}までまとめた係数^{けいすう} a_n を求める式^{もと}を表現^{しき ひょうげん}するため に、便宜的^{べんぎてき}につけられたものです。
16. これが一般的なフーリエ級数^{いっぱんてき きゆうすう}による展開式^{てんかいしき} です。
17. ω は基本角振動数^{きほんかくしんどうすう}です。
8. In the periodic function, the value $f(t)$ at some time equals the value $f(T+t)$ after a period.
9. To express this periodic function, we use the sum of harmonic functions.
10. Fortunately, many vibrations are periodic, so they can be expressed with the sum of simple functions that are shown in the figure.
11. This method of expressing a function with the sum of harmonic functions is called a “Fourier Series”.
12. Without explaining the process of derivation, I will write the result beforehand. Function $f(t)$ can be expressed with the Fourier series in this form.
13. In this form, the first is the constant term $a_0/2$ followed by terms of $\cos \omega t$, $\cos 2\omega t$, etc.
14. Then, the series continues with terms of $\sin \omega t$, $\sin 2\omega t$, etc.
15. The coefficient $1/2$ of the constant term is given to represent all coefficients a_1 , a_2 , $\dots$, a_n derived from one general expression for a_n for convenience.
16. This is the general form of a Fourier series expansion.
17. The notation ω is the fundamental angular frequency.

18. また、式^{しき}中^{ちゆう}で用^{もち}いられている係^{けい}数^{すう} a_0 、 a_n 、 b_n はフーリエ係^{けい}数^{すう}と呼ばれます。
19. 与^{あた}えられた周^{しゆう}期^き関^{かん}数^{すう}をフーリエ級^{きゆう}数^{すう}展^{てん}開^{かい}するた^ためにはフーリエ係^{けい}数^{すう}を計^{けい}算^{さん}する必^{ひつ}要^{よう}があ^あります。
18. Coefficients a_0 , a_n , and b_n in the formula are called the Fourier coefficients.
19. We need to calculate the Fourier coefficients to obtain a Fourier series expansion.

キーワード

- ・フーリエ級数（展開）、
・フーリエ係数

日本語解説

文2「グラフのようにギザギザ」

「グラフ」は graph を日本語の読み方にしたカタカナ語です。

「ギザギザ」もカタカナ語ですが、これは外国語から来たものではなく、グラフの形^{かたち}が zigzag な様子^{ようす}を表^{あらわ}した言葉^{ことば}です。このような言葉^{ことば}のことを擬態語（imitative word）といいます。

（例）ギザギザ	zigzag
デコボコ	unevenness, jagged
バラバラ	in pieces, dismembered, separately, inconsistent
パラパラ	sprinkle, pattering
ボロボロ	ragged

なお、zigzag を日本語の読み方にした“ジグザグ”というカタカナ語もあります。意味はギザギザと同じです。

文2「最小」

「最」は最も（the most）という意味の漢字です。後ろに漢字がついて“最も～”という意味の熟語になります。

「小」は小さい（small）という意味の漢字ですから、「最小」は“最も小さい”（the smallest）という意味になります。

「小」の反対の意味の漢字に「大」があり、大きい（big）という意味です。「最大」は“最も大きい”（the biggest）という意味になります。

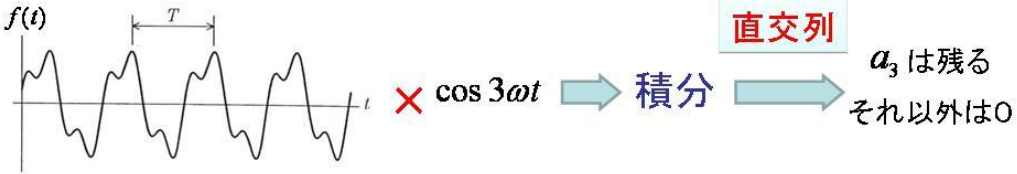
（例）最	+	小	small	→	最小	the smallest
最	+	大	big	→	最大	the biggest
最	+	近	near	→	最近	recently
最	+	強	strong	→	最強	the most strong

最 ^{さい}	+	高 ^{こう}	high, rich	→	最高 ^{さいこう}	the best
最 ^{さい}	+	低 ^{てい}	low, poor	→	最低 ^{さいてい}	the worst

5. フーリエ^{けいすう}係数

フーリエ係数を求める

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$



$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \textcircled{f(t)} \cos n\omega t dt \quad (n=0,1,2,\dots)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \textcircled{f(t)} \sin n\omega t dt \quad (n=1,2,\dots)$$

- | | |
|--|---|
| <p>1. それでは、フーリエ^{けいすう}係数^{もと}を求めてみましょう。</p> <p>2. フーリエ^{きゆうすう}級数^{てんかいしき}の展開式^{あらわ}を、シグマ^{しき}で表すと、この式^{あらわ}のように表されます。</p> <p>3. ここで a_n と b_n は係数^{けいすう}の一般^{いっぱんてき}的な表現^{ひょうげん}ですが、これを求める^{もと}ため、具体^{ぐたい}例^{れい}を考え^{かんが}ます。</p> <p>4. たと^{たと}えば、フーリエ^{けいすう}係数^{もと} a_3 を求めるときには、
図^ずのように周期関数^{しゅうきかんすう}に $\cos 3\omega t$ をかけます。</p> <p>5. そして先程^{さきほど}の直交列^{ちようこうれつ}の計算^{けいさん}をここで^{ここ}行^{おこな}います。</p> | <p>1. Let us obtain the Fourier coefficients.</p> <p>2. The Fourier series expansion is expressed as this using the notation sigma.</p> <p>3. a_n and b_n are general expressions of the coefficients. Now, we consider one concrete coefficient.</p> <p>4. For example, in order to obtain the Fourier coefficient a_3, we multiply a periodic function $\cos 3\omega t$ to the function as shown in the figure.</p> <p>5. Then, we calculate considering the orthogonality.</p> |
|--|---|

- | | |
|---|--|
| <p>6. 積分^{せきぶん}して得^えられた結果^{けっか}のうち、a_3が結果^{けっか}として残^{のこ}ります。</p> <p>7. a_3以外の係数^{けいすう}は直交列^{ちよくうれつ}の性質^{せいしつ}により 0 となり消^きえることになります。</p> <p>8. この計算^{けいさん}を一般化^{いっぱんか}すると、a_nとb_nはこちらの式^{しき}のように与^{あた}えられます。</p> <p>9. $f(t)$に対して$\cos n\omega t$をかけて積分変数^{せきぶんへんすう}tで積分^{せきぶん}を計算^{けいさん}すると、係数^{けいすう}a_nが残^{のこ}り、a_nが得^えられます。</p> <p>10. これは$n=0$のときも含^あんでいます。</p> <p>11. b_nに対しても同様^{どうよう}で、$f(t)$に対して$\sin n\omega t$をかけて積分^{せきぶん}を計算^{けいさん}すると、係数^{けいすう}b_nが残^{のこ}るの^こでb_nが得^えられます。</p> | <p>6. As a result, only the integration relating a_3 remains.</p> <p>7. All the coefficients except a_3 become zero due to the orthogonality and disappear from the expression.</p> <p>8. By generalizing this process, a_n and b_n are given by this expression.</p> <p>9. In the integration of the product of $f(t)$ and $\cos n\omega t$ for variable t, the coefficient a_n remains. By this process, we can obtain a_n.</p> <p>10. This calculation includes the case of $n=0$.</p> <p>11. This process is the same for b_n. From the integration of the product of $f(t)$ and $\sin n\omega t$, we can obtain b_n because only b_n remains in the integration.</p> |
|---|--|

日本語解説

文3 「具体例」

「具体」は concretum 「例」は example という意味で、「具体例」は concrete example という意味になります。これは、前の2つの漢字が後ろの漢字を説明する3字の熟語です。

文7 「 a_3 」

文8 「 a_n と b_n 」

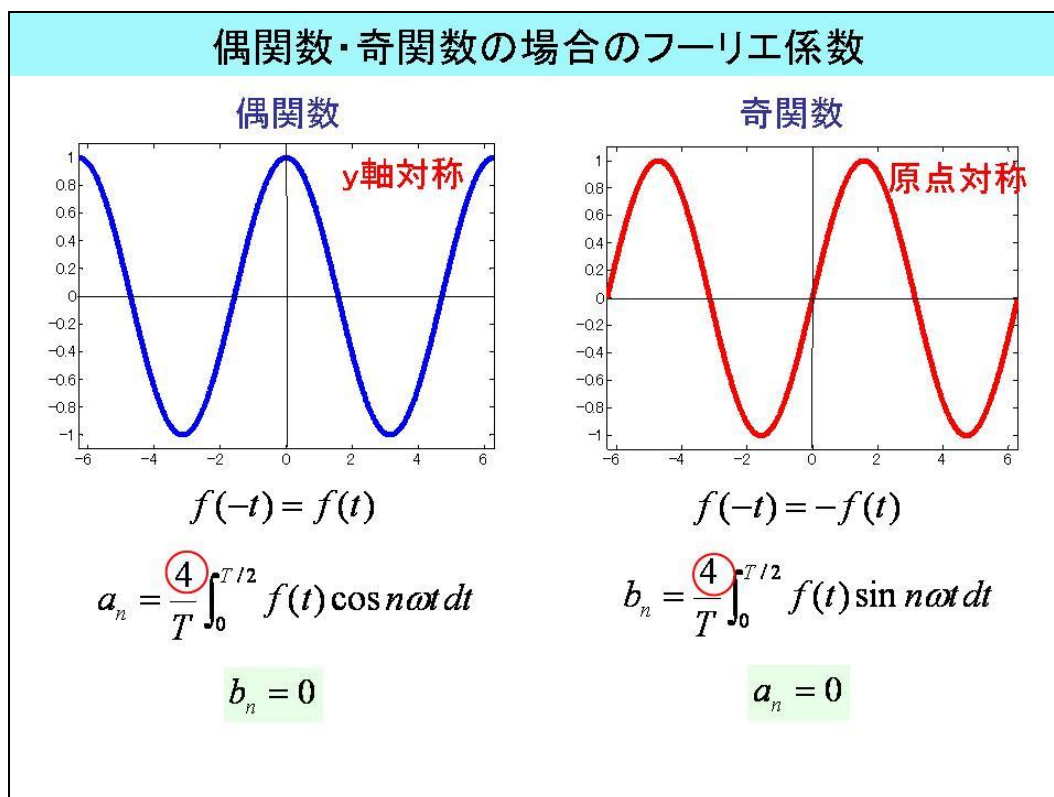
“エー さん”、“エー エヌ”と“ビー エヌ”などと読みます。

添え字の数字ですが、時々、英語の発音を日本語の読み方にしたカタカナ語で読んだり書いたりすることがあります。例えば、「 a_3 」を“エー スリー”と読むことがあります。

英語の数字を日本語の読み方にしたもの

1	one	ワン
2	two	ツー トゥー
3	three	スリー
4	four	フォー
5	five	ファイブ
6	six	シックス
7	seven	セブン
8	eight	エイト
9	nine	ナイン
10	ten	テン
11	eleven	イレブン
12	twelve	トエルブ トウエルブ* トウエルブ

6. 偶関数と奇関数



1. 与えられた周期関数が、偶関数・奇関数の場合は特に係数が簡略化されます。
 2. 偶関数は y 軸対称の関数であり、
 $f(-t) = f(t)$ が成り立つ性質をもつ関数のことをいいます。例えば $f(-3)$ の値は $f(3)$ の値と同じになります。
 3. 奇関数は原点対称の関数であり、
 $f(-t) = -f(t)$ が成り立つ性質をもつ関数のことをいいます。例えば $f(-5)$ のときの値は $-f(5)$ の値と同じになります。
 4. 偶関数の場合には、 $f(t)$ に $\cos n\omega t$ をかけ
1. The expressions of coefficients are simplified when a given periodic function is an even function or an odd function.
 2. The even function is symmetrical about the y -axis and has the relation of $f(-t) = f(t)$. For example, the value of $f(-3)$ is equal to that of $f(3)$.
 3. The odd function is symmetrical about the origin and has the relation of $f(-t) = -f(t)$. For example, the value of $f(-5)$ is equal to that of $-f(5)$.
 4. In the case of an even function, the integrand which is the product of $f(t)$

た被積分関数 $f(t)\cos n\omega t$ も偶関数となります。
ます。

5. そうすると積分で得られる領域は軸対称の形となります。したがって、積分区間を半分の $0 \sim T/2$ とし、その係数を $2/T$ の2倍の $4/T$ とすれば等価になります。このような0からの計算の方が簡単になります。

6. よってフーリエ係数 a_n はこのような式で表されます。

7. もう一方のフーリエ係数 b_n では、 $f(t)$ に $\sin n\omega t$ をかけた被積分関数 $f(t)\sin n\omega t$ が奇関数となります。

8. これは偶関数と奇関数の積は奇関数になるからです。

9. 奇関数は原点对称となりますから積分された値は相殺され0になります。

10. 奇関数の場合も同様に考えます。

11. この奇関数の場合には、被積分関数が奇関数となり、フーリエ係数 a_n は0となります。

12. フーリエ係数 b_n は被積分関数が偶関数となり、このような式で表されます。

13. これで偶関数・奇関数の場合のフーリエ

and $\cos n\omega t$, is also an even function.

Then the area obtained by the integration is symmetrical about the y axis. Therefore, the Fourier coefficient can be obtained by multiplying $4/T$ to the integral for half of the interval $[0, T/2]$. The concrete calculation is simplified by this.

6. Therefore, the Fourier coefficient a_n can be expressed as this form.

7. In the case of the other Fourier coefficient b_n , the integrand which is the product of $f(t)$ and $\sin n\omega t$ becomes an odd function

8. This is because the product of an even function and an odd function becomes an odd function.

9. Since an odd function is symmetrical about the origin, the integrals in the intervals $-T/2$ to 0 and 0 to $T/2$ cancel each other and the total integral becomes zero.

10. For an odd function, we can follow the same process.

11. The Fourier coefficient a_n becomes zero in the case of an odd function, because the integrand becomes an odd function.

12. The Fourier coefficient b_n is expressed in this form since the integrand is an even function.

13. Now, we can confirm the integrations of

級数の計算方法を確認できました。

- 14 つぎは、得られた式を用いて例題を解いてみましょう。

an even function and an odd function.

14. Let us solve a problem using these formulas.

キーワード

・被積分関数 ・偶関数, ・奇関数, ・y 軸対称, ・原点对称

日本語解説

題「偶関数と奇関数」

「偶」も「奇」も両方とも珍しいこと、思いがけないこと (strangeness, novelty) という意味がある漢字です。これらの漢字を使った熟語に、偶然 (chance)、偶発 (accidental)、奇跡 (miracle)、新奇 (novel) などがあります。

これら 2 つの漢字の後ろに“数”が付くと、それぞれ「偶数」(even number)、「奇数」(odd number) という熟語になります。

「偶関数」は「偶」(even) の「関数」、「奇関数」は「奇」(odd) の「関数」ということになります。このように、前の 1 つの漢字が後ろの 2 つの漢字からなる言葉を説明する 3 字の熟語があります。

(例) 歯 teeth + 医者 doctor = 歯医者 dentist
工 engineering + 学部 faculty = 工学部 faculty of engineering

文 3 「 $f(-t) = -f(t)$ 」

“エフ (かっこ) マイナス ティー イコール マイナス エフ (かっこ) ティー”などと読みます。数字の前の「-」や「+」の記号のことを符号 (sign) と言い、「+」は正号、「-」は負号と言います。

“正”はここでは plus という意味の漢字です。他にも、正しい (correct, (moralistically) clean, good, honorable) という読み方や意味もあります。

“負”は“正”の反対の意味の漢字で、minus という意味です。他にも、負ける (to lose) という読み方や意味もあります。

符号を読む場合、普通“足す”や“引く”という表現は使いません。plus を日本語の読み方にした“プラス～”や、minus を日本語の読み方にした“マイナス～”という表現を使います。

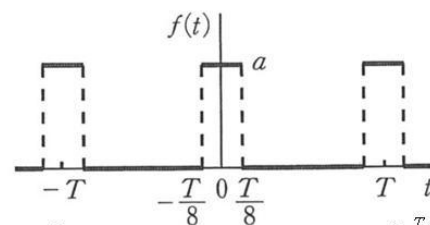
文 4 「 $f(t)$ に $\cos n\omega t$ をかけた」

“積”“かけ算” (product) の表現です。“～に…をかける”という形になります。数式では、状況に応じて“×”や“・”などの記号が使われ、“～ × …”といった形になります。

7. 例題(1)

例題(1)

図に示す矩形波(周期関数)をフーリエ級数で表せ.



偶関数

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos n\omega t dt = \frac{4}{T} \int_0^{T/8} a \cos n\omega t dt$$

$$= \frac{2a}{n\pi} \sin n\frac{\pi}{4} \quad b_n = 0$$

$$a_0 = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) dt = \frac{4}{T} \int_0^{T/8} a dt = \frac{a}{2}$$

$$f(t) = \frac{a}{4} + \frac{2a}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (\sin n\frac{\pi}{4}) \cos n\omega t$$

- | | |
|---|--|
| 1. 例題1を考えてみましょう. | 1. We will consider example 1. |
| 2. 図に示す矩形波, これは周期関数ですが, これをフーリエ級数で表せ, という問題です. | 2. The rectangular wave shown in the figure is a periodic function. The problem is to expand this in a Fourier series. |
| 3. まず, この周期関数の周期を確認しておきます. | 3. Let us first check the period of this periodic function. |
| 4. 周期は図に示されている通り T です. | 4. The period is denoted by T in the figure. |
| 5. $t=0$, $t=-T$, $t=T$ のところで線を引いてみると, 同じ形が現れていることがわかります. | 5. When we draw lines at $t=0$, $t=-T$ and $t=T$, we see that the same shape appears. |
| 6. つぎに, この関数は y 軸対称であるから偶関数であることがわかります. | 6. Next, since this function is symmetrical about the y -axis, we see that it is an even function. |
| 7. ですので, さきほどの偶関数の場合でフーリエ係数を導出します. | 7. Therefore, we derive the Fourier coefficient using the formulas for an even |

8. フーリエ係数 a_n はこの式で与えられました。

9. 積分区間は周期 T の半分ですので $T/2$ となります。

10. t が $T/8$ までは定数 a をとりますので、積分区間が $T/8$ までのとき $f(t)=a$ となります。

11. あとの $T/2$ までの区間は $f(t)=0$ ですので必要ありません。

12. 後はこの定積分を計算すると、
 $2a \cdot \sin(n\pi/4)/n\pi$ という結果が得られます。

13. また、フーリエ係数 b_n は0であることは、あらかじめ分かっています。

14. 最後に、定数項 a_0 を計算します。

15. これは a_n を導出する式に0を代入して計算します。

16. $\cos n\omega t$ に0を代入すると、1となりますので被積分関数は $f(t)$ となります。

17. そしてこの定積分を計算すると、 $a/2$ となります。

18. したがって $f(t)$ のフーリエ級数は、

function.

8. The Fourier coefficient a_n is given by this expression as mentioned before.

9. Since the interval of integral is a half of period T , it is integrated from 0 to $T/2$.

10. As $f(t)$ has the constant value a from $t=0$ to $T/8$, we put $f(t)=a$ in this interval..

11. In the other interval from $T/8$ to $T/2$, the calculation is simple because $f(t)=0$.

12. From this definite integral, we obtain $2a \cdot \sin(n\pi/4)/n\pi$.

13. We already know that the Fourier coefficient b_n is zero.

14. Finally, we will calculate the constant term a_0 .

15. Term a_0 can be obtained by substituting 0 for the expression for a_n .

16. Since $\cos n\omega t$ is 1 for $n=0$, the integrand is $f(t)$.

17. From this definite integral, we obtain $a/2$.

18. In conclusion, the Fourier series of $f(t)$ is given as $\frac{a}{4} + \frac{2a}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (\sin n\frac{\pi}{4}) \cos n\omega t$

$$\frac{a}{4} + \frac{2a}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\sin n \frac{\pi}{4} \right) \cos n \omega t$$

で与^{あた}えられます。

キーワード

・ 矩形波, ・ 区間, ・ 定積分,

日本語解説

文5 「 $t=0$, $t=-T$, $t=T$ のところで」

“ところ”という名詞 (noun) は、ある地点 (point) を示しますが、時間的な点 (時点; point of time) と物理的な地点 (場所; place) の両方の意味があります。“所”と漢字で書く場合もあります。

(例) 今ようやく宿題が終わったところです。(時点)

工学部1号館を出たところで待っていてください。(場所)

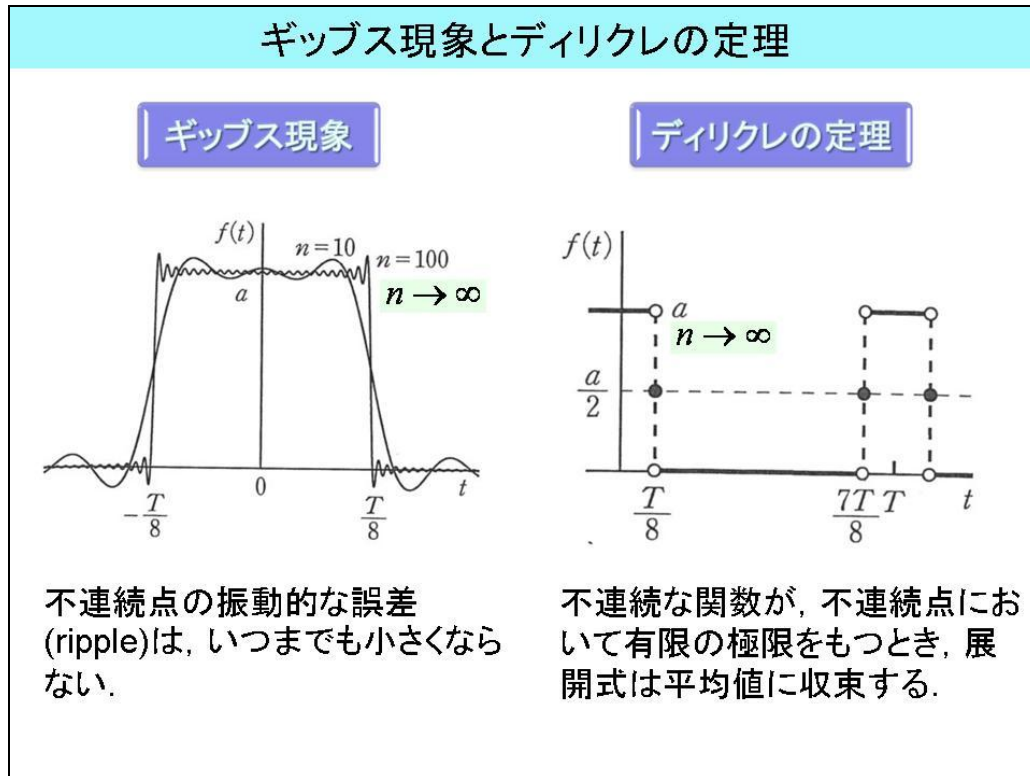
ここでは、「 $t=0$, $t=-T$, $t=T$ のところ」なので、図のグラフにおいて条件を満たす“場所”という意味になります。

文5 「 $2a \cdot \sin(n\pi/4)/n\pi$ 」

“に エー (かける) サイン (かっこ) よん ぶんの エヌ パイ (かっこ閉じる) わる エヌ パイ”などと読みます。

上の数式のように長いものになると、全部読むのは時間がかかるため、授業では読まれずに、数式を示した上で“この式” “このような数式” などと言われることが多いようです。

8. ギブス現象とディリクレの定理



1. つぎはフーリエ級数に関する現象と定理について説明します。
 2. フーリエ級数によって近似を行ったとき、 $f(t)$ は n 次までの式で表されました。図において、 n を増やしていくと、近似された波形はだんだんと精度が上がります。
 3. そうすると、フーリエ級数が対象とする矩形波に近づくことが分かります。
 4. 例えば、 $n=10$ のときは精度は粗いですが、 $n=100$ のときは細かくなっています。
 5. しかし、 $t=-T/8$ と $t=T/8$ 付近の振動的な誤差、これをリップルといますが、この誤差はいつまでも小さくなりません。
1. Next, I will explain a phenomenon and a theorem related to the Fourier series.
 2. Function $f(t)$ is approximated by the n th partial sum of the Fourier series. As n increases, the accuracy of the approximation improves.
 3. Then, we see that the shape represented by the Fourier series approaches to the rectangular wave.
 4. For instance, the approximation is rough for $n=10$, but it becomes accurate when $n=100$.
 5. However, overshoot errors called ripples exist in the proximities of $t=-T/8$ and $t=T/8$, and this does not die out as n

- | | | | |
|-----|---|-----|--|
| 6. | これをギブス現象 ^{げんしょう} といいます。 | 6. | This is called the Gibbs phenomenon. |
| 7. | つぎにディリクレ ^{ていり} の定理 ^{せつめい} について説明します。図 ^ず において直線 ^{ちよくせん} で表 ^{あらわ} されている箇所 ^{かしよ} のように、区分的 ^{くぶんてき} に滑 ^{なめ} らかな関数 ^{かんすう} が不連続 ^{ふれんぞくてん} 点 ^{てん} をもっているとしてます。 | 7. | Next, I will explain Dirichlet's theorem. It is assumed that the function is continuous piecewise but has discontinuous points as shown by the straight lines in the figure. |
| 8. | さらに不連続 ^{ふれんぞくてん} 点 ^{てん} で関数 ^{かんすう} $f(t)$ の有限 ^{ゆうげん} の極限 ^{きよくげん} を考 ^{かんが} えます。 | 8. | We consider the limit of the finite series approximation of a function $f(t)$ at these discontinuous points. |
| 9. | この図 ^ず では、たとえば $t = T/8$ で不連続 ^{ふれんぞく} であるとわかります。 | 9. | In this figure, we see that the point is discontinuous when $t = T/8$. |
| 10. | 不連続 ^{ふれんぞく} 点 ^{てん} では、左 ^{ひだり} からの左方極限 ^{さほうきよくげん} と右 ^{みぎ} からの右方極限 ^{うほうきよくげん} は異なる ^{こと} 値 ^{あたい} に収束 ^{しゅうそく} することがわかります。 | 10. | At this discontinuous point, the limit from the left side and that from the right side converge to different values. |
| 11. | まず、 $t = T/8$ に対する左方極限 ^{さほうきよくげん} を考 ^{かんが} えると、 a に収束 ^{しゅうそく} します。 | 11. | The limit from the left side at $t = T/8$ converges to a . |
| 12. | つぎに右方極限 ^{うほうきよくげん} を考 ^{かんが} えると 0 に収束 ^{しゅうそく} することがわかります。 | 12. | Next, that from the right side converges to zero. |
| 13. | 項 ^{こう} の数 ^{かず} すなわち n を無限大 ^{むげんだい} にした場合 ^{ばあい} 、フーリエ級数展開式 ^{きゅうすうてんかいしき} は2つに平均値 ^{へいきんち} に収束 ^{しゅうそく} します。 | 13. | When the number of terms n increases to an infinite value, the Fourier series expansion converges to an average value of these two finite values. |
| 14. | この例 ^{れい} では a と 0 の平均値 ^{へいきんち} $a/2$ に収束 ^{しゅうそく} します。これをディリクレ ^{ていり} の定理 ^{ていり} といいます。 | 14. | In this example, it converges to the average value $a/2$ between a and 0 . We call this Dirichlet's theorem. |

キーワード

- | | | | | |
|--------|---------|------------|---------|------|
| ・リップル, | ・ギブス現象, | ・ディリクレの定理, | ・区分的滑らか | ・連続 |
| ・不連続 | ・左方極限 | ・右方極限 | ・無限大 | ・平均値 |

日本語解説

文5 「リップル」

文6 「ギブス現象」

文7 「ディリクレの定理」

「リップル」は ripples を日本語の読み方にしたものです。「ギブス」は Gibbs を日本語の読み方にしたもの、「ディリクレ」も Dirichlet を日本語の読み方にしたものです。

英語の複数形 (plural form) で使われる語末の “s” は、カタカナ語の “ス” などと読まないのが普通です。ただし、Gibbs のように複数形じゃない語末の “s” は “ス” と読みます。

文8 「不連続点」

4字以上の長い熟語も、接頭語 (prefix) や接尾語 (suffix) の漢字1字や、漢字1字～3字の言葉に分解して考えれば、意味がわかりやすくなります。

「不連続点」は「不」「連続」「点」に分けて考えられます。「不」は接頭語 (prefix) で、後ろに付いた言葉の意味を否定します (～ではない)。「連続」は continuous という意味です。「点」は場所を表す点 (point) という意味です。したがって、「連続じゃない点」(discontinuous point) という意味であることがわかります。

(例)

○漢字1字の組み合わせ

東西南北 : 東 east + 西 west + 南 south + 北 north

春夏秋冬 : 春 spring + 夏 summer + 秋 fall + 冬 winter

○2～3字熟語と漢字1字 (接頭語、接尾語) の組み合わせ

不連続点 : 不 not + 連続 continuous + 点 point

非人間的 : 非 not + 人間 human + 的 like (～のような)

○2字熟語の組み合わせ

食品化学 : 食品 food + 化学 chemistry

地球環境問題 : 地球 earth + 環境 environment + 問題 problem

○2字熟語と3字熟語の組み合わせ*

自動販売機 : 自動 automatic + 販売 sale + 機 machine

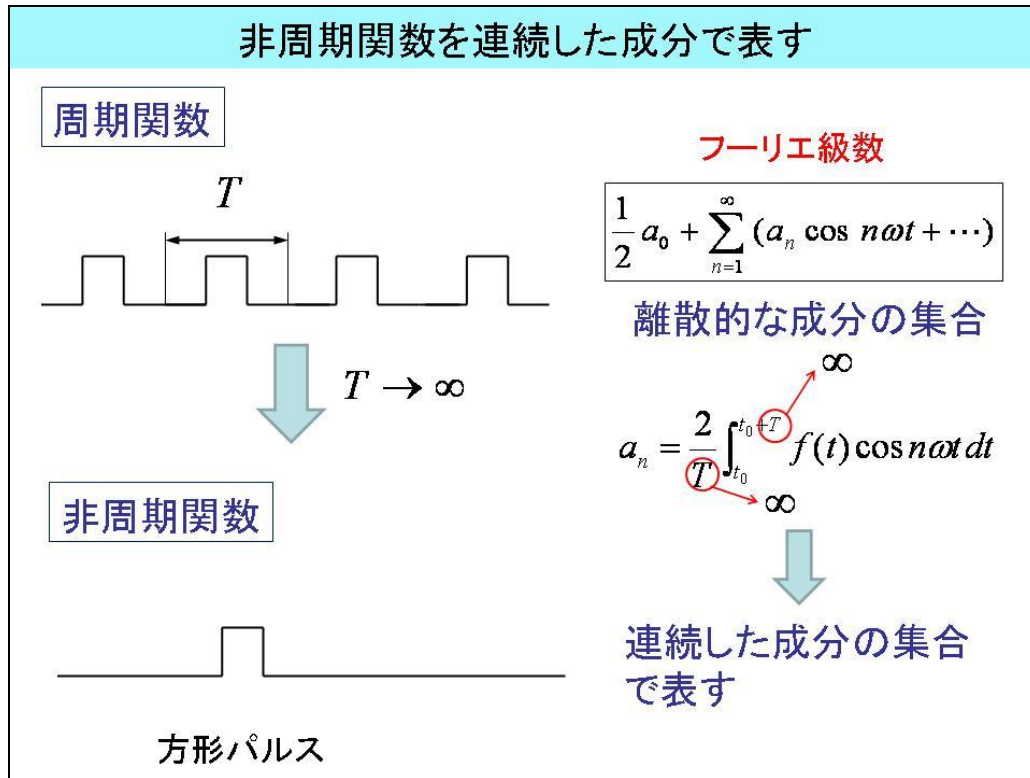
図書館利用案内 : 図書館 library + 利用 use + 案内 guide

* 長い言葉でも、2字か3字の熟語の組み合わせになっていることが多い。

文10 「左方極限」「右方極限」

「左」は左 (left)、「右」は右 (right) という意味です。「方」は方向 (direction)、方面 (area) という意味の漢字なので、「左方」は左の方向・方面、「右方」は右の方向・方面という意味になります。

9. 非周期関数の成分表示



1. 今までの内容から、図のような周期関数はフーリエ級数にて表されることが分かりました。
 2. それでは非周期関数について考えてみましょう。
 3. このような非周期関数のグラフは、一般的に方形パルスまたはパルス波などと呼ばれます。
 4. ある時刻において現れる応答は1回限りで周期的ではありません。
 5. したがってこの時間応答は、非周期関数であると言えます。
 6. するとフーリエ級数のように周期関数の足し合わせでは非周期関数を表すことができないことが分かります。
1. As we have studied so far, we know that the periodic function shown in the figure can be expressed by a Fourier series.
 2. Let us think about a non-periodic function.
 3. Such a graph of a non-periodic function is generally called a square pulse or a pulse wave.
 4. This response appears only once during a certain short time period and is not periodic.
 5. Therefore, this response is a non-periodic function.
 6. We cannot express this non-periodic function by the sum of periodic functions as a Fourier series.

- | | |
|--|---|
| <p>7. さて、ここで、この周期関数の周期を無限大にした形がこの非周期関数であると考えます。</p> <p>8. フーリエ級数は、$\frac{1}{2}a_0 \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + \dots)$ で表されました。</p> <p>9. これは離散的な成分の集合です。</p> <p>10. フーリエ係数の a_n はこちらの式で与えられますが、非周期関数の場合には周期 T が無限大になったときを考えます。</p> <p>11. このとき、非周期関数を連続した成分の集合で表すことができれば、非周期関数を積分表示できたことになります。</p> <p>12. このことをフーリエ積分といいます。</p> | <p>7. Now, we assume that we can obtain this non-periodic function by making the period infinite in this periodic function.</p> <p>8. This Fourier series is expressed as $\frac{1}{2}a_0 \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + \dots)$</p> <p>9. This is an assembly of discrete components.</p> <p>10. The Fourier coefficients are given by this expression. In the case of non-periodic function, we consider that this period T becomes infinite.</p> <p>11. If we can express non-periodic function by assembling continuous component, we can represent non-periodic function in an integral form.</p> <p>12. This is called the Fourier integral.</p> |
|--|---|

キーワード

- ・ 非周期関数, ・ パルス波 (方形パルス), ・ 離散的, ・ 積分表示,

日本語解説

題「非周期関数」

「非」は“～ではない”という意味の接頭語 (prefix) です。

「非周期関数」は「非周期」と「関数」の組み合わせと考え、 “周期ではない関数” という意味になります。

文2「考えてみましょう」

“～しましょう”という表現は、～することを勧める (to recommend) または一緒に～することを誘う (to invite) という意味があります。

“～してみる”という表現は、“まだ～したことがない、あるいは～するのは難しいことだが、試しに挑戦する (to try to ～)” という意味があります。

「考える」は、think という意味です。

したがって、「考えてみましょう」は、“今から説明する内容はちょっと難しいかもしれませんが頑張って考えてください” “話を聞いただけじゃなくて考えてください” “一緒に考えてください” という、

^{せんせい}先生からのメッセージだと^{かんが}考えられます。

10. フーリエ級数からフーリエ積分へ

フーリエ級数からフーリエ積分へ

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad \text{フーリエ級数}$$

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{r=1}^{\infty} \left(a_r \frac{e^{jr\omega t} + e^{-jr\omega t}}{2} - jb_r \frac{e^{jr\omega t} - e^{-jr\omega t}}{2} \right) \quad (\text{複素数表示})$$

$$= \sum_{r=-\infty}^{\infty} F_r e^{jr\omega t} = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left(\frac{F_r}{\Delta\omega} \right) e^{jr\omega t} \Delta\omega \quad \left(\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} \right)$$

係数 $\frac{F_r}{\Delta\omega} = \frac{a_r - jb_r}{2\Delta\omega} = \frac{1}{T\Delta\omega} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)(\cos r\omega t - j \sin r\omega t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-jr\omega t} dt$

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad \text{フーリエ変換}$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad \text{フーリエ積分}$$

非周期関数は連続した角振動数 ω の調和成分の重ね合わせで与えられる。

- | | |
|--|---|
| <p>1. 非周期関数を積分表示するには、フーリエ級数を用います。</p> <p>2. まず、先程の周期関数のフーリエ級数表示はこちらの式で表されました。</p> <p>3. この $\cos n\omega t$ と $\sin n\omega t$ をオイラーの公式によって、複素数で表します。</p> <p>4. すると、</p> $f(t) = \frac{1}{2}a_0 \sum_{r=1}^{\infty} \left(a_r \frac{e^{jr\omega t} + e^{-jr\omega t}}{2} - jb_r \frac{e^{jr\omega t} - e^{-jr\omega t}}{2} \right)$ <p>となります。</p> <p>5. そしてさらに a_0, a_r, b_r の各係数を F_r に置換します。</p> <p>6. 具体的には、$(a_r - jb_r)/2$ を F_r とおきます</p> | <p>1. We use the Fourier integral to express a non-periodic function.</p> <p>2. The Fourier series expression of a periodic function is given in this form.</p> <p>3. We express $\cos n\omega t$ and $\sin n\omega t$ with complex numbers using Euler's formula.</p> <p>4. Then we can obtain</p> $f(t) = \frac{1}{2}a_0 \sum_{r=1}^{\infty} \left(a_r \frac{e^{jr\omega t} + e^{-jr\omega t}}{2} - jb_r \frac{e^{jr\omega t} - e^{-jr\omega t}}{2} \right)$ <p>Then we replace the coefficients of a_0, a_r and b_r by F_r.</p> <p>6. Concretely, replacing $(a_r - jb_r)/2$ by F_r, we can obtain such an expression</p> |
|--|---|

- が、まとめるとこのような式になります。
7. r はマイナス無限大からプラス無限大まで変化する整数です。 7. The number r is an integer which changes from the minus infinite to the plus infinite.
8. そうするとこのようにシンプルな形に変形することができます。 8. Then we can transform it to such a simple form.
9. ここで基本角振動数の角速度 $\Delta\omega$ という量を考えます。 9. Now, we introduce $\Delta\omega$ which is an angular velocity corresponding to the fundamental angular frequency.
10. $\Delta\omega$ は $2\pi/T$ で表されます。(注：後で $T \rightarrow \infty$ とすることを想定して ω でなく $\Delta\omega$ と表現しました。) 10. $\Delta\omega$ is equal to $2\pi/T$. (Note: considering the later operation of $T \rightarrow \infty$, we use the notation $\Delta\omega$ instead of ω .)
11. そこで、式を $\Delta\omega$ を含む形に変形します。 11. We transform the expression to the form including $\Delta\omega$.
12. $\Delta\omega$ はもともと無かったので、分子と分母にもってきます。 12. As $\Delta\omega$ was not included before, we write it both in the numerator and the denominator.
13. この $\Delta\omega$ を積分変数と考え、 $\sum$ を $\int$ に換えて積分形とすることで、非周期関数を連続した成分の重ね合わせで表すことができます。 13. By considering $\Delta\omega$ as the integration variable and replacing $\sum$ to $\int$, we can express a non-periodic function by the superposition of the continuous frequency components.
14. この丸で囲まれた部分を係数として式変形を行ってみましょう。 14. We transform the part circled considering it as a coefficient.
15. F_r は $(a_r - jb_r)/2$ とおきましたので、 15. Since F_r is $(a_r - jb_r)/2$, we obtain
- $$\frac{a_r - jb_r}{2\Delta\omega}$$
- となります。
16. この a_r と b_r にフーリエ係数を代入します。 16. We substitute the expressions of the Fourier coefficients into a_r and b_r .
17. そうすると、 $\cos r\omega t$ と $\sin r\omega t$ を含んだ式に変形できます。 17. We can write the expression including $\cos r\omega t$ and $\sin r\omega t$.
18. これをさらにオイラーの公式によりまとめます。 18. Furthermore, we rearrange this using Euler's formula.

19. そうすると、

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j\omega t} dt$$
 となります。
20. これは $-T/2$ から $T/2$ までの区間で $f(t) \exp(-j\omega t)$ を t で積分することになります。
21. ここで、先程の考え方で周期 T を無限大します、 $T/2$ は $+\infty$ 、 $-T/2$ は $-\infty$ に発散します。
22. そしてこの ω で表されている関数を $F(\omega)$ と新たに置きます。
23. この係数 $F(\omega)$ で与えられる処理をフーリエ変換と呼びます。
24. そして $F(\omega)$ が係数として入った $f(t)$ が積分を用いた形で表されます。
25. このように ω で積分する形で表すことができました。
26. これをフーリエ積分といいます。
27. 以上より、フーリエ積分によって、非周期関数が連続した角振動数 ω の調和成分の重ね合わせで与えられることがわかりました。
19. Then, we obtain

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j\omega t} dt$$
20. This means that $f(t) \exp(-j\omega t)$ is integrated in the interval from $-T/2$ to $T/2$ by t .
21. As mentioned before, the period T is extended to infinity. Namely, $T/2$ becomes $+\infty$ and $-T/2$ becomes $-\infty$.
22. We further denote this expression including ω as $F(\omega)$.
23. We call this integration given by $F(\omega)$ the Fourier transformation.
24. $f(t)$ can be expressed with $F(\omega)$ as its coefficients.
25. In this way, we could express $f(t)$ by a form of integration with ω .
26. We call this the Fourier integral.
27. In conclusion, we understand that the non-periodic functions are given by the summation of components with a harmonic continuous angular frequency.

キーワード

- ・積分変数, ・フーリエ変換, ・フーリエ積分,

日本語解説

文2「こちらの式」

「こちら」は this side という意味で、物理的な地点や領域 (area) を示す時に使います。言葉では説明が難しい内容や長い数式について、図や数式を指しながら使う表現です。ここでは、図の数式がとても長く、全部読むのは時間がかかるため、読まずに「こちらの式」と言いました。

「こちら」や“この” (this) は近くのことを示す指示代名詞 (demonstrative pronoun) です。物理的に自分の近くのことを示す時にも使いますが、すぐ前の文章で出てきた内容を示す時もあります。名詞

(noun) に付くときは“この～”という表現を使いますが、単独で使用する場合は“これ”を使います。また、示すものが複数ある場合、“これら”を使います。

場所や時間などの地点 (point of place / time) を示すときは“ここ”を使います。英語では here という意味です。この場合は時間的な地点を示しています。

指示代名詞には、他に、自分より遠くのもの、自分と話している人のそばのものや少し前の文章に出てきた内容を示す“その”、疑問詞 (question word) の“どの”を合わせた4種類があります。

こちら	この	これ	これら	ここ
あちら	あの	あれ	あれら	あそこ
そちら	その	それ	それら	そこ
どちら	どの	どれ		どこ

文3 「オイラーの公式」

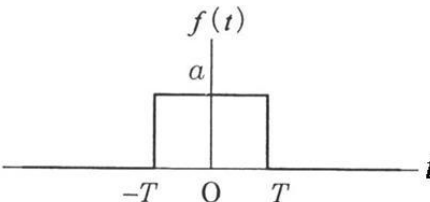
「オイラー」は人の名前、Euler を日本語の読み方にしました。

「公式」の「公」は public という意味です。“おおやけ”という読み方もあります。したがって、「公式」は公の式、世の中によく知られた式 (formula) という意味になります。

11. 例題(2)

例題(2)

図に示す非周期関数をフーリエ積分で表せ.



$$f(t) = \begin{cases} a & (-T < t < T) \\ 0 & (t < -T, t > T) \end{cases}$$

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-T}^T a \cdot e^{-j\omega t} dt \quad \text{フーリエ変換}$$

$$= \frac{a}{2\pi} \left[\frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega} \right]_{-T}^T = \frac{a}{2\pi} \frac{e^{-j\omega T} - e^{j\omega T}}{-j\omega} = \frac{a \sin \omega T}{\pi \omega}$$

オイラーの公式

$$f(t) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega T}{\omega} e^{j\omega t} d\omega$$

$$\sin \omega T = \frac{e^{j\omega T} - e^{-j\omega T}}{2j}$$

- | | |
|---|--|
| <p>1. 最後に例題2を考えてみましょう.</p> <p>2. 図に示す非周期関数をフーリエ積分で表せ
というのが問題です.</p> <p>3. この関数は方形パルスであり, 見ての通り
非周期関数です.</p> <p>4. 時間 t が $-T$ から T までの間は定数 a をと
りますが, それ以外の時間では0をとります.</p> <p>5. 非周期関数ですのでフーリエ積分を用いま
す.</p> <p>6. フーリエ積分を求めるために, まずフーリエ
係数に相当するフーリエ変換を求めます.</p> <p>7. フーリエ変換 $F(\omega)$ は</p> | <p>1. Finally, let us solve example 2.</p> <p>2. The problem is: Express the non-periodic
function shown in the figure with a
Fourier integral.</p> <p>3. As you can see, this function is a square
pulse, and it is a non-periodic function.</p> <p>4. It takes a constant value a from $-T$ to
T and zero in all other cases.</p> <p>5. We use a Fourier integral since it is a
non-periodic function.</p> <p>6. To get a Fourier integral, we first
calculate a Fourier transformation which
corresponds to the Fourier coefficients.</p> <p>7. The Fourier transformation is given as</p> |
|---|--|

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

で与えられます。

8. 積分区間は $t = -T$ から $t = T$ までとなり、
 $f(t)$ は値 a をとりますので、このような式

で表されます。

9. この定積分を計算します。

10. 指数関数の積分公式により、指数部分 $-j\omega t$

の 1 次微分 $-j\omega$ が分母に出てきます。

11. この式の積分変数 t に T と $-T$ を代入して
書き直すと、指数関数の差の形が出てきます。

12. これはオイラーの公式により $\sin \omega T$ を用いて表されます。

13. 結果として

$$F(\omega) = \frac{a \sin \omega T}{\pi \omega}$$

を得ます。

14. これで $F(\omega)$ が決まりましたので、 $f(t)$ はこのような積分形で表されます。

15. これがフーリエ積分です。

16. これでフーリエ級数とフーリエ積分について概要を 1 通り学ぶことができたと思います。

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

Since $f(t)$ takes a value of a only in the interval from $t = -T$ to $t = T$, it is expressed in this form.

9. We will calculate this definite integral.

10. Using the integral formula of an exponential function, we obtain $-j\omega$, which is a linear differential of $-j\omega t$, in the denominator.

11. Rearranging the expression after substituting T and $-T$ into the integration variable t , we obtain the expression which has the difference of exponentials.

12. This form can be expressed using $\sin \omega T$ after transforming by Euler's formula.

13. We obtain

$$F(\omega) = \frac{a \sin \omega T}{\pi \omega}$$

as a result.

14. As we could determine $F(\omega)$, $f(t)$ is given as this integral form.

15. This is a Fourier integral.

16. We have learned an outline related to a Fourier series and a Fourier integral.

キーワード

- ・ 指数関数
- ・ 積分形,

日本語解説

文2「表せ」

動詞の命令形 (imperative form) です。親しい人同士で使ったり、厳しく命令する時に使ったりします。他にも、試験の問題文で使われたり、文の中で句 (clause) として使われたりします。

(例) 活用の仕方 (conjugation pattern)

○グループ1

見る	見ます	見ろ
調べる	調べます	調べろ

○グループ2

書く	書きます	書け
読む	読みます	読め

○例外

来る	来ます	来い
する	します	しろ

○否定形 (negative form)

見ない	見ません	見るな
書かない	書きません	書くな

(例)

今すぐテレビを見ろ！友だちが映っているぞ。 (親しい人同士)

あなたの考えを400字程度で書け。 (試験問題)

先生に毎日新聞を読めと言われました。 (句)

カンニング厳禁とは試験の時に絶対他の人の答案を見るなどということです。 (句)

文8「 $t = -T$ から $t = T$ まで」

「から」は起点 (start point) を表す助詞 (particle) で、「まで」は終点 (end point) を表す助詞です。時間についてでも、場所についてでも使えます。

(例)

日本語の授業は朝9時から昼3時まであります。 (時間)

名古屋から東京まで新幹線で2時間ぐらいかかります。 (場所)