1．スカラーとベクトル

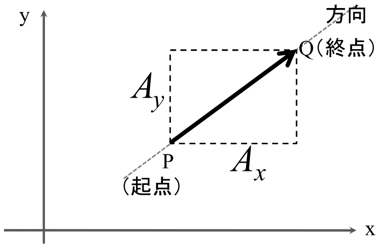
スカラーとベクトル

ベクトルとは・・・　大きさと方向，及び向きを持つ量

$$\overrightarrow{PQ} \text{ or } \vec{A} \text{ or } \boldsymbol{A} = (A_x, A_y)$$

絶対値 $|\boldsymbol{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

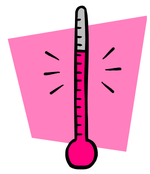
（例）速度 $\boldsymbol{V}$ ，力 $\boldsymbol{F}$



スカラーとは・・・　大きさだけを持つ量

A

（例）温度 T ，質量 M



1.	今日からベクトル解析を勉強します．	1.	Today, we study vector analysis.
2.	最初に，ベクトルとスカラーについてお話します．	2.	First, I will explain about a vector and a scalar
3.	ベクトルとは，大きさと方向，及び向きを持つ量です．	3.	Vector is a quantity which has both magnitude and direction.
4.	具体的な例として，水や風などの流れる速度や，力などがあげられます．	4.	Velocities of flowing water, wind and a force are examples.
5.	ベクトルを幾何学的に表現するときには，この図のように矢印を用います．	5.	Vectors are graphically expressed by arrows as shown in this figure.
6.	そして，この矢印の長さがベクトルの大きさを表すようにし，矢印を含む直線がベクトル方向を，矢印の頭がベクトルの向きを表すようにします．	6.	The length of the arrow represents magnitude. The arrow head points its direction.
7.	次にベクトルを記号で表すときには，いくつかの方法があります．	7.	There are several notations which represent a vector.
8.	まず，図の矢印を頭の位置を終点，根元の	8.	The head of an arrow is called the end point and

	位置を起点といいます.		the tail is called the start point.
9.	そして，この起点P と終点Q を用いて，$\overrightarrow{PQ}$ と表す方法があります.	9.	Using the start point and the end point, a vector is denoted by $\overrightarrow{PQ}$.
10.	その他，ベクトル単体に記号を与え，太字で $\boldsymbol{A}$ や，$\vec{A}$ とも表します.	10.	A vector is also represented by a bold letter $\boldsymbol{A}$ or $\vec{A}$.
11.	また，図のように，ベクトルが xy 座標上にある場合は，その座標より，ベクトルの x 方向成分 A_x ，y 方向成分 A_y を用いた，成分表示をすることもできます.	11.	When a vector is on the xy coordinates, it is expressed by the components, that is, by the component A_x in the x direction and the component A_y in the y direction.
12.	ベクトルの大きさは絶対値と呼ばれ，$\lvert A \rvert$ と表されます.	12.	The magnitude of the vector is called the absolute value and is expressed by $\lvert A \rvert$.
13.	これは，ベクトルの成分と，ピタゴラスの定理より，$\lvert A \rvert = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ となります.	13.	From Pythagorean theorem, this value is given by $\lvert A \rvert = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$.
14.	次に，スカラーについてです.	14.	Next, I will explain about a scalar.
15.	スカラーとは，大きさだけを持つ量です.	15.	A scalar has magnitude but no direction.
16.	つまり，ベクトルのような方向や向き，成分といったものはなく，1 個の数値のみによって表されます.	16.	Namely, it does not have the direction and components like a vector. It is expressed by only one value.
17.	具体的な例としては，温度や質量などがあげられます.	17.	Temperature and mass are examples.

キーワード

・ベクトル　・スカラー　・絶対値　・起点　・終点

日本語解説

文 1 「今日から」

「今日」は today です。「から」は from という意味の助詞（particle）で、時間（time）や場所（place）の始まり・起点（starting point）を示します。

今回の授業から新しい内容が始まることがわかります。これは講義の最初によく出てくる表現です。
☞「講義に役立つ日本語」

文２「最初に」

at first という意味で、最初の話題を話し始める時に使います。
☞「講義に役立つ日本語」

文２「ベクトルとスカラー」

「ベクトル」は英語の vector を日本語の読み方にしたものです。また、「スカラー」も英語の scalar を日本語の読み方にしたものです。このように、英語の発音を日本語で置き換えた言葉は、カタカナで書きます。このような言葉のことをカタカナ語と言います。

カタカナ語には、英語の発音と大きく異なるものがいくつかあります。「ベクトル」もその 1 つです。英語の“ or” や“ ar”“ er” の発音は、通常長音“ ー” で表現します。「スカラー」の最後がそうです。ただ「ベクトル」は例外です。同じ vector でも、画像ファイルを保存する形式の 1 つである vector format は“ ベクター形式” または“ ベクタ形式” と書きます。カタカナ語の最後の長音“ ー” は省略されることがあります。ただし、「スカラー」のように省略しないものもあります。

（例）	computer	コンピューター　コンピュータ
	center	センター
	presenter	プレゼンター
	monitor	モニター
	start	スタート
	turn	ターン

助詞（particle）の「と」は and という意味で、2 つのものを並べて示すときに使います。また、2 つ以上のものを並べて示すときにも、続けて使います。

（例）今朝はパンとコーヒーとサラダを食べました。

I had a bread, coffee, and salad at this morning.

名詞（noun）以外には、名詞句（noun clause）“ ～の”“ ～こと” を並べて示すときにも使います。

（例）私の趣味は音楽を聞くことと散歩をすることです。

My hobbies are listening music and walking.

動詞（verb）や形容詞（adjective）を並べて示したい時には、“ と” ではなくて“ ～て” の形を使います。

（例）× 東京は人が多いと大きい町です。
○ 東京は人が多くて大きい町です。
× 昨日の夜はテレビを見たと日本語を勉強しました。
○ 昨日の夜はテレビを見て（それから）日本語を勉強しました。

文３「大きさと方向，及び向き」

「大きさ」は size という意味の名詞です。「大きい」は big, large という意味の形容詞（adjective）です。形容詞に“ さ” を付けると程度を表す名詞になります。

形容詞は “ ―い”“ ―いです” の形で、形容動詞は“ ―だ”“ ―です” の形です。

（例）

○形容詞（い adjective）

大きい	big, large	→	大きさ	size
高い	high	→	高さ	height
長い	long	→	長さ	length

○形容動詞（な adjective）

便利な	convenient	→	便利さ	convenience
安全な	safe	→	安全さ	safety
きれいな	clean	→	きれいさ	cleanness

日本語の形容詞には 2 つの種類があります。形容詞（い adjective）と形容動詞（な adjective）です。種類によって、活用のパターンが違います。

（例）

○形容詞（い adjective）

高い	富士山は日本で一番高い山です。
高いです	富士山とエベレストでは、エベレストの方が高いです。
高い	富士山とエベレストでは、エベレストの方が高い。
高かった	昨日新幹線で富士山を見ました。とても高かったです。
高くない	世界の中で見れば、富士山はそんなに高くないです。
高くて	富士山は高くて美しいです。

○形容動詞（な adjective）

便利な	コンビニは便利なお店です。
便利です	駅のそばのコンビニは便利です。
便利だ	駅のそばのコンビニは便利だ。
便利だった	あのコンビニは昔とても便利だった。
便利じゃない	今はそんなに便利じゃないです。
便利で	あのコンビニは便利で安いです。

「及び」も「と」と同じ and という意味で、2 つ以上のものを並べて示すときに使います。また、たくさんの（3 つ以上）ものを並べて示すときに、最後だけ使われることがあります。ちょうど英語の and の使い方と似ています。

（例）数学編の内容は解析学、微分方程式、線形代数、ベクトル解析およびフーリエ解析です。

文８「頭の位置を終点，根元の位置を起点」

「頭」は head という意味の漢字ですが、ものの上の部分 (top) を表す言葉としても使われます。同様に、「根」は root という意味の漢字ですが、ものの下の部分（bottom）を表す言葉としても使われます。

「終点」の「終」は終わる（to end）という意味です。「点」は point という意味なので、2 つの漢字を組み合わせて“ 終わる点”（end point）という意味になります。このように、2 つ以上の漢字を組み合わせて 1 つの言葉になっているものを熟語（compound word）と言います。

「起点」の「起」は始まる（to start）という意味です。「点」と組み合わせで“ 始まる点”（starting point）という意味になります。また、「起」は起きる（to get up）という動詞もあります。

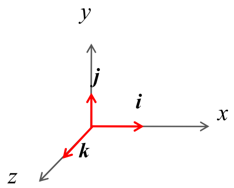
2. ベクトルの和と差

ベクトルの和と差

単位ベクトル

$\boldsymbol{i},\ \boldsymbol{j},\ \boldsymbol{k}$ $\quad |\boldsymbol{i}| = |\boldsymbol{j}| = |\boldsymbol{k}| = 1$

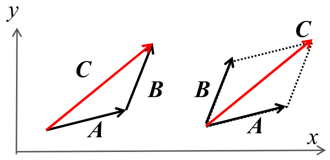
$\boldsymbol{A} = A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j} + A_z\boldsymbol{k}$



和

$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$

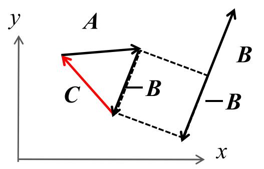
$= (A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z)$



差

$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}$

$= (A_x - B_x, A_y - B_y, A_z - B_z)$



1.	ベクトル解析を勉強するときによく出てくるものとして，単位ベクトルというものがあります．	1.	In vector calculus, we often use a unit vector.
2.	これは，一般に方向にかかわらず，大きさが 1 のベクトルのことを言い，とくにこのように x, y, z 軸方向に対しての単位ベクトルを $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ で表します．	2.	A vector whose magnitude is 1 is called a unit vector for any direction. These unit vectors in the x, y and z directions are denoted by $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ and $\boldsymbol{k}$.
3.	そして，この単位ベクトルとベクトルの成分を用いると，ベクトル $\boldsymbol{A}$ は $\boldsymbol{A} = A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j} + A_z\boldsymbol{k}$ と表すことができます．	3.	Using these unit vectors and components, vector $\boldsymbol{A}$ is represented by $\boldsymbol{A} = A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j} + A_z\boldsymbol{k}$.
4.	次に，ベクトル同士の和と差についてです．	4.	Next, I will explain the sum and difference of vectors.
5.	まず，ベクトル同士の和について考えてみましょう．	5.	First, let's consider the sum of vectors.
6.	このベクトル $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ の和を作る方法は 2 つあります．	6.	There are two ways to make the summation of vectors $\boldsymbol{A}$ and $\boldsymbol{B}$.
7.	1つ目は，どちらかのベクトル，例えば，このように $\boldsymbol{A}$ ベクトルの終点と $\boldsymbol{B}$ ベクトルの起点を合わせます．	7.	The first method is as follows. For example, put the start point of vector $\boldsymbol{B}$ on the end point of vector $\boldsymbol{A}$.

8.	そして, ***A*** の起点から ***B*** の終点に引いたベクトル ***C*** が ***A*** と ***B*** の和となります.	8.	Then make a vector from the start point of vector ***A*** to the end point of vector ***B***. This vector ***C*** is the sum of ***A*** and ***B***.
9.	２つ目は, ***A*** の起点と ***B*** の起点を合わせ, このようにそれらのベクトルを含む平行四辺形を作ることによって求める方法です.	9.	The second method is as follows. Let coincide the start points of ***A*** and ***B***. Making a parallelogram, we can obtain the summation.
10.	この場合, この平行四辺形の対角線がベクトル***A***と***B***の和ベクトル***C***となります.	10.	The diagonal of this parallelogram gives vector *C* which is the sum of vector*A* and *B*.
11.	また, ベクトルの和を成分で表すこともできます.	11.	The sum of vectors is obtained using their components.
12.	ベクトルの和を成分で表すと, このように, 各成分同士の足し算となります.	12.	The components of the summed vector are obtained by summing corresponding components of each vectors.
13.	次に, ベクトル ***A***, ***B*** の差***A-B*** についてです.	13.	Next, I will explain the difference ***A-B*** between ***A*** and ***B***.
14.	まず, ***B*** と大きさが同じで向きが反対のベクトル***-B*** を考えます. そして, その***-B*** と ***A*** の和である ***C*** が ***A*** と ***B*** の差となります.	14.	First, we make vector ***-B*** which has the same magnitude but the opposite direction. Then the ***C*** is the difference vector obtained by summing ***-B*** and ***A***.
15.	また, ベクトルの差を成分で表すと, このように, 各成分同士の引き算となります.	15.	If we use components, the components of the difference vector are obtained by making differences of each component.

キーワード

・単位ベクトル

日本語解説

文２「*x*, *y*, *z* 軸方向」「単位ベクトルを ***i***, ***j***, ***k***」

アルファベットは英語の発音を日本語の発音に置き換えたもので読みます。“ x”“ y”“ z” は“ エックス”“ ワイ”“ ゼット（ズィー）” と読みます。また、“ i”“ j”“ k” は“ アイ”“ ジェイ”“ ケイ（ケー）” と読みます。

数学や物理ではアルファベットの記号がたくさん出てきます。次の表はアルファベットの読み方です。読み方が 2 つ以上あるものもあります。

アルファベットの読み方

a	エー　エイ	j	ジェー　ジェイ	s	エス
b	ビー	k	ケー　ケイ	t	ティー
c	シー	l	エル*	u	ユー
d	ディー	m	エム*	v	ブイ*　ヴィー
e	イー	n	エヌ*　エン	w	ダブリュ　ダブル*
f	エフ	o	オー	x	エックス*
g	ジー	p	ピー	y	ワイ
h	エイチ　エッチ*	q	キュー	z	ゼット*　ズィー
i	アイ	r	アール*		

一部、英語の発音と大きく異なるもの、促音（小さい“ ッ”）が入るもの（表 中の*印）が間違いやすいので注意が必要です。

文１２「和」「足し算」
文１５「差」「引き算」

「和」は adding、「差」は subtracting という計算です。記号はそれぞれ“ ＋” と“ －” です。読み方ですが、英語の plus と minus を日本語の読み方にした“ プラス”“ マイナス” と読みます。“ A＋B” は“ エー プラス ビー”、“ A－B” は“ エー マイナス ビー” などと読みます。

一方で、“ ＋” と“ －” は、“ 足す”“ 引く” とも読まれます。また、「和」は「足し算」、「差」は「引き算」とも言います。例えば、足し算“ 3＋4” は“ 3足す 4”“ 3 に 4 を足す（加える)”、引き算“ 3－4” は“ 3引く 4”“ 3 から 4 を引く” という言い方をします。この表現は、主に、数字同士の計算や、小学校で勉強する算数（arithmetic）で使われるようです。

和・差の演算子（operator）と読み方・使い方

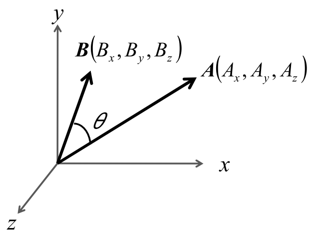
記号	意味	カタカナ語	読み方	使い方例
＋	和（足し算)	プラス（plus)	足す	～足す…。～に…を足す（加える)。
－	差（引き算)	マイナス（minus)	引く	～引く…。～から…を引く。

3. スカラー積とベクトル積

スカラー積とベクトル積

スカラー積（内積）

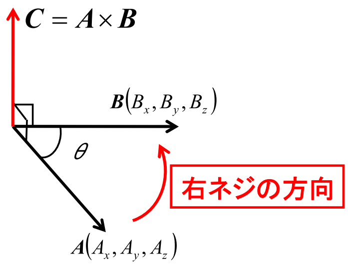
$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})=|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\cos\theta$$
$$=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$



ベクトル積（外積）

$$|\mathbf{C}|=|\mathbf{A}\times\mathbf{B}|=|\mathbf{A}||\mathbf{B}|\sin\theta$$

$$\begin{aligned}\mathbf{C}=\mathbf{A}\times\mathbf{B}&=[\mathbf{A},\mathbf{B}]\\ &=(A_yB_z-A_zB_y)\boldsymbol{i}\\ &+(A_zB_x-A_xB_z)\boldsymbol{j}\\ &+(A_xB_y-A_yB_x)\boldsymbol{k}\end{aligned}$$



1.	次はベクトル同士の積について勉強します.	1.	Next, I will explain about the products of vectors.
2.	ベクトル同士の積には 2 つの種類があります.	2.	There are two kinds of products of vectors.
3.	1 つはスカラー積と呼ばれるもので，もう 1 つはベクトル積と呼ばれるものです.	3.	One is a scalar product and the other is a vector product.
4.	それでは，まず，スカラー積から勉強しましょう.	4.	First, let's study the scalar product.
5.	ある空間内に, ベクトル $\boldsymbol{A}$ とベクトル $\boldsymbol{B}$ が図のように，そのなす角が θ であったとき，それらのベクトル $\boldsymbol{A}$ とベクトル $\boldsymbol{B}$ のスカラー積は中点（ドット）や括弧を用いて，このように表します.	5.	Suppose that there are vector $\boldsymbol{A}$ and $\boldsymbol{B}$ with an angle θ as shown in the figure. The scalar product is expressed like this using dot or brackets.
6.	そして, その値は, それぞれのベクトルの大きさとなす角を用いて，絶対値 $\boldsymbol{A}$ 掛ける絶対値 $\boldsymbol{B}$ 掛けるコサイン θ で定義されます.	6.	Its value is defined as the product of the absolute values of $\boldsymbol{A}$ and $\boldsymbol{B}$ and cosine θ.
7.	このときベクトルの大きさ A, B とコサイン θ はどれもスカラーなので，この演算結果もスカラーとなります.	7.	In this expression, the magnitudes A and B and cosine θ are all scalars and, therefore, the result is a scalar.
8.	そのため，スカラー積と呼びます.	8.	Therefore, this is called a scalar product.

9.	また，スカラー積のことを内積，またはドットプロダクトと呼ぶこともあります	9.	Scalar product is also called inner product or dot product.
10.	スカラー積***A*** ・ ***B***は成分を用いて表すこともできます.	10.	Scalar product ***A*** ・***B*** can be expressed by components.
11.	その場合は，それぞれの成分同士を掛けたものの和となります.	11.	In this case, it is the summation of the products of each component.
12.	次に，ベクトル積についてです.	12.	Next, I will explain about vector product.
13.	ベクトル積は，スカラー積がベクトル同士の積がスカラーとなったように，ベクトル同士の積がベクトルとなる積です.	13.	In a scalar product, the product of vectors produces a scalar. Correspondingly, in a vector product, the product of vectors produces a vector.
14.	また，外積またはクロスプロダクトと呼ぶこともあります.	14.	It is also called outer product or cross product.
15.	ベクトル ***A*** とベクトル ***B*** が図のようにあるとき，ベクトル ***A*** とベクトル ***B*** のベクトル積 ***C*** は，普通の掛け算の記号である×や，このような括弧を用いて表されます.	15.	Suppose that vector ***A*** and vector ***B*** exist as shown in the figure. The vector product ***C*** of vector ***A*** and vector ***B*** is expressed by the notation × which is used for the ordinary multiplication of numbers or by such square brackets.
16.	このとき，ベクトル積***C=A***×***B*** の大きさはベクトル ***A*** とベクトル ***B*** のなす角θを用いて，絶対値***A***掛ける絶対値***B***掛けるサインθで定義されます.	16.	The magnitude of the vector product is defined as the products of the absolute values of vector ***A*** and vector ***B*** times sine θ where θ is the angle between ***A*** and ***B.***
17.	このベクトル積の大きさはベクトル ***A*** とベクトル ***B*** が作る平行四辺形の面積となっています.	17.	The magnitude of this vector product corresponds to the area of the parallelogram made by ***A*** and ***B.***
18.	また，ベクトル積***C***の向きは，ベクトル ***A*** と ***B*** で決まる面に垂直で，***A*** から ***B*** に回したときに右ネジが進む方向となります.	18.	The direction of vector ***C*** is given by the direction which is perpendicular to the plane including ***A*** and ***B*** and to which a right-hand screw moves forward when it is turned from ***A*** to ***B.***
19.	ベクトル積***C=A***×***B*** は成分を用いても表すことができます.	19.	A vector product ***C=A***×***B*** can also be represented by their components.
20.	ベクトル積***C***は，成分と単位ベクトルを用いて，このように表されます.	20.	A vector product ***C*** is represented as this using the components and the unit vectors.
21.	これは，一見複雑そうに見えますが，規則性があるので，覚えるのは簡単です.	21.	It seems complicated, however it is easy to remember if we note it's regularity.

22. $x \to y \to z \to x$ というサイクルに従(したが)って，添字(そえじ)を決(き)めればよいのです.

23. つまり，ベクトル積(せき)の x 成分(せいぶん)は，y, z の順(じゅん)に添字(そえじ)がつき，次(つぎ)にそれを逆転(ぎゃくてん)させて引(ひ)けばよいのです.

24. y, z 成分(せいぶん)についても同様(どうよう)です.

22. The subscript is determined by the cycle $x \to y \to z \to x$.

23 Namely, the x component of the vector product is obtained by the product of component with subscripts y, z minus that of components with reverse subscripts z, y.

24. It is the same for the y component and the z component.

キーワード

・スカラー積(せき)　・内積(ないせき)　・ベクトル積(せき)　・外積(がいせき)

日本語解説

文２「2 つの種類(しゅるい)」

「2 つ」は two ですが、ものを数(かぞ)える時(とき)に使(つか)います。「つ」は数詞(すうし)（counter）と言(い)い、数字(すうじ)に付(つ)いてものを数(かぞ)えるのに使(つか)います。この時(とき)、数字(すうじ)の読(よ)み方(かた)が変(か)わるので注意(ちゅうい)が必要(ひつよう)です。また、10以上(いじょう)を数(かぞ)える時(とき)には「つ」が付(つ)きません。

数字(すうじ)の漢字(かんじ)と数(かぞ)え方(かた)

1	一	いち	1 つ	ひとつ
2	二	に	2 つ	ふたつ
3	三	さん	3 つ	みっつ
4	四	し　よん	4 つ	よっつ
5	五	ご	5 つ	いつつ
6	六	ろく	6 つ	むっつ
7	七	しち　なな	7 つ	ななつ
8	八	はち	8 つ	やっつ
9	九	きゅう	9 つ	ここのつ
10	十	じゅう	10	とお
11	十一	じゅういち	11	じゅういち
12	十二	じゅうに	12	じゅうに
13	十三	じゅうさん	13	じゅうさん
		・・・		・・・

文５「中点（ドット)」
文６「コサインθ」
文９「ドットプロダクト」
文１４「クロスプロダクト」
文１６「サインθ」
文２２「サイクル」

いずれも、英語の原語を日本語の読み方にしたカタカナ語です。

ドット	:	dot
コサイン	:	cosine
ドットプロダクト	:	dot product
クロスプロダクト	:	cross product
サイン	:	sine
サイクル	:	cycle

また「θ」は theta を日本語の読み方にした“ シータ” と読みます。

題「積」
文６「絶対値***A*掛**ける絶対値***B***掛けるコサインθ」

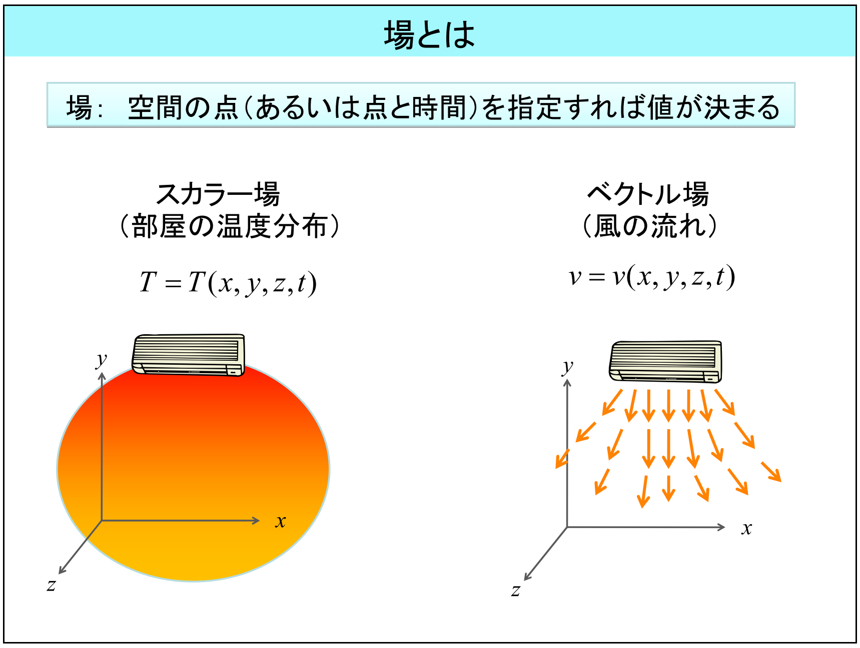
「積」は掛け算（product）という計算です。状 況 に応じて「・」「×」などの記号がつかわれますが、これは“ 掛ける” または“ 掛け” と読まれます。動詞（verb）としても使用され、例えば“ 3×4” は“ 3 に 4 を掛ける” という使い方をします。

関連して、「商」は割り算（quotient）という計算です。状 況 に応じて「÷」などの記号が使われますが、これは“ 割る” と読まれます。例えば、“ 3÷4” は“ 3 を 4 で割る” という使い方をします。

数学の演算子（operator）と読み方・使い方

記号	意味	カタカナ語	読み方	使い方例
×	積（掛け算）		掛け　掛ける	～掛ける…。～に…を掛ける。
÷	商（割り算）		割る	～割る…。～を…で割る。

4. 場とは



1. 次に場の概念について勉強します．
2. 場とは，空間中の点あるいは点と時間を指定すれば，値が決まるような物理量のことをいいます．
3. 特にその量がスカラーであれば，スカラー場と呼び，ベクトルであればベクトル場と呼びます．
4. それでは，もう少し具体的に考えて見ましょう．
5. 例えば，今エアコンから，暖かい空気が出ていて，このように部屋を暖めているとします．
6. この時，左の図のように，エアコンの出口付近は温度が高く，床の近くは，温度が低くなっているというような温度分布が生まれます．
7. この温度というのは向きを持たないスカラーですから，このような温度分布はスカラー場となります．
8. また，この温度分布は温度場とも呼ばれます．

1. Next, we will study the concept of field.
2. Field is a physical quantity which is associated with a point in space (or a point and time).
3. It is called a scalar field if the quantity is a scalar and a vector field if it is a vector.
4. Let’s discuss more concretely.
5. For example, the warm air from an air conditioner is heating a room.
6. As shown in the left figure, a temperature distribution such that the temperature near the air conditioner is high and that near the floor is low can be observed.
7. The temperature is a scalar quantity and such a temperature distribution is a scalar field.
8. This distribution is also called a temperature field.

9.	これに対して，右の図のように，エアコンから出る矢印のような風の流れの場は，ベクトル場となります．	9.	On the contrary, in the right figure, the wind flow shown by arrows is a vector field.
10.	なぜなら，風の流れは，その速さと向きを持つベクトルだからです．	10.	This is because the wind flow has a magnitude and a direction.
11.	また，このように風や水の流れを表す場を流れ場と呼びます．	11.	Such a field representing flows of wind or water is called a flow field.

キーワード

・場　・スカラー場　・ベクトル場　・流れ場

日本語解説

文４「具体的に」

「具体的」の「的」は“ ～のような” という意味です。「具体」は“ 全体の一部や例だが、はっきりとしていること”（concretion）という意味で、「具体的」は concretely という意味になります。この後ろに“ な” が付くと“ 具体的な”（concrete）となり、形容詞（adjective）のような表現になります。また、“ に” が付くと「具体的に」となり、副詞（adverb）のような表現になります。

「具体」の反対の意味の言葉は“ 抽象” で、“ はっきりしていないが、全体を捉えられること”（abstraction）という意味です。同様に“ 的” が後ろについて、“ 抽象的”（abstractly）という熟語になります。

他にも、この「～的」のように、後ろの漢字1文字が接尾語（suffix）になって、前の言葉の性質や意味を変える熟語があります。

（例）

○～的：～のような

国際	international	＋	的		→	国際的	international
代表	representative	＋	的		→	代表的	typical

○～化：～になる　～にする

工業	industry	＋	化		→	工業化	industrialization
視覚	vision	＋	化		→	視覚化	visualization

○～性：～のこと　～の性質

実用	practical use	＋	性		→	実用性	practically usefulness
国民	nation	＋	性		→	国民性	national character

○人や人の性質

留学	studying abroad	＋	生	student	→	留学生	international student
大学	university	＋	生		→	大学生	university student

研究	research	＋	生		→	研究生	research student
科学	science	＋	者	person	→	科学者	scientist
音楽	music	＋	家	person	→	音楽家	musician
銀行	bank	＋	員	member	→	銀行員	banker
案内	information	＋	係	officer	→	案内係	information desk

○場所や建物

研究	research	＋	室	room	→	研究室	laboratory
図書	book	＋	館	building	→	図書館	library
喫茶	drinking tea	＋	店	shop	→	喫茶店	cafeteria

○その他

学生	student	＋	証	certification	→	学生証	student ID
洗濯	washing	＋	機	machine	→	洗濯機	washing machine
日本	Japan	＋	式	style	→	日本式	Japanese style
数学	mathematic	＋	史	history	→	数学史	mathematical history
教育	education	＋	法	method	→	教育法	educational method
教育		＋	法	law	→	教育法	educational law

文５「エアコン」

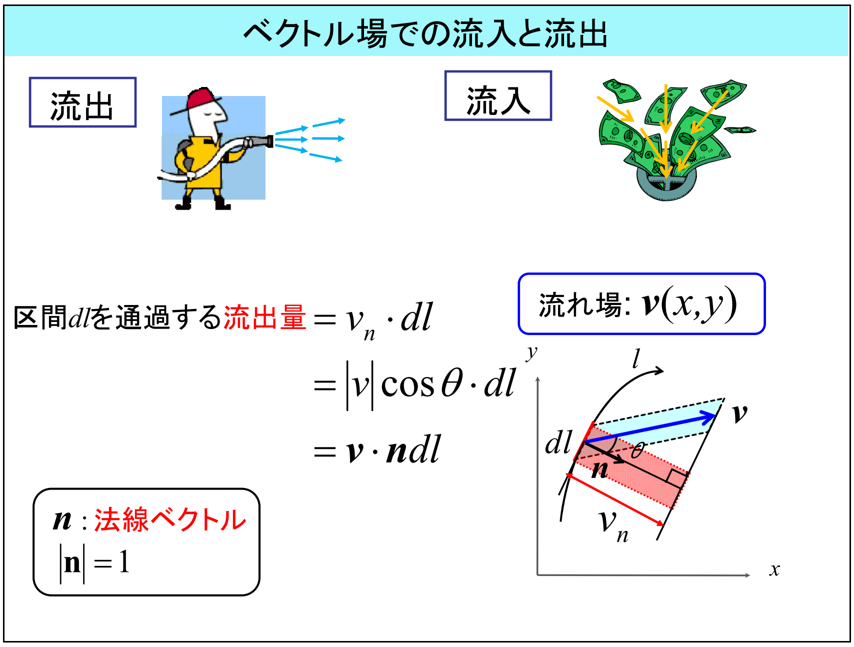
これは、air conditioner を日本語の読み方にした“エアー・コンディショナー”のうち、頭の 2文字ずつを取った略語（shorten word）です。

日本語のカタカナ語には、このような略語がたくさんあります。

（例）パソコン	:	personal computer	パーソナル・コンピューター	
リモコン	:	remote controller	リモート・コントローラー	
テレビ	:	television	テレビジョン	
アニメ	:	animation	アニメーション	
ジーパン*	:	jeans ＋ pants	ジーンズ ＋ パンツ	（jeans）
シャーペン*	:	sharp ＋ pencil	シャープ ＋ ペンシル	（mechanical pencil）

後ろの 2 つの例（*印）は、英語にない表現から作られた略語です。このような“英語にない表現を日本語で勝手に作り出した”言葉のことを和製英語 (Japanese English; Japanese coinage from English）と言います。

5. ベクトル場での流入と流出



1. 次はベクトル場を考える時によく登場する，流入と流出の概念についてです．
2. 左上の図を見てください．
3. このように，ホースの先から水がわき出していると，そこからこのように流れの速度ベクトルが放出されていると考えられます．
4. また，右上の図のように，排水溝のようなものに，水などが吸い込まれるような場合には，そこに速度ベクトルが集中しているとみなすことができます．
5. このように，ベクトル場には，常に流出や流入という概念がつきまとってきます．
6. これらの流出や流入量は，数量的にはどのように表現したらよいのでしょうか？
7. これから，そのことについて考えてみましょう．
8. 右下の図のような２次元の流れ場 $\boldsymbol{v}$ (x, y) があるとします．
9. ベクトルvは単位時間あたりの移動量です．

1. Next, I will explain the concepts of inflow and outflow.
2. See the left figure.
3. When water comes out from the hose pipe, we can consider velocity vectors of flow there.
4. When water flows into a drain as shown in the right figure, we can consider a concentration of velocity vectors.
5. In this way, vector fields have close relation to the concept of outflow and inflow.
6. How can we represent these quantities of inflow and outflow numerically ?
7. Let's consider this problem.
8. We consider the two dimensional flow field $\boldsymbol{v}$ (x, y) shown in the figure right below.
9. Vector v represents the distance moved in a unit time.

10. ここで，このような長さが l の固定した曲線を考えます．

10. A fixed curve with length l is considered.

11. この曲線上に，長さ dl の微小な区間をとり，その区間を横切って左から右へ単位時間あたりに流れ出す流れの体積を計算しましょう．

11. Consider a small length dl on this curve. We calculate the volume which flows across this length from the left to the right in a unit time.

12. ただし，この図は２次元空間なので，この場合は面積となります．

12. However, since this figure is two dimensional, it is represented by area.

13. この微小な空間で，流れのベクトル $\boldsymbol{v}$ の向きは必ずしも dl の向きと垂直ではありません．

13. In this small space, the direction of the flow vector $\boldsymbol{v}$ is not necessarily perpendicular to the direction dl.

14. 従って，この空間を通過する面積は図中の水色の平行四辺形の面積となります．

14. Therefore, the area which passes this length is a area of this parallelogram shown by blue color.

15. ここで, この微小区間において, 曲線に垂直な単位ベクトル $\boldsymbol{n}$ を導入します．

15. Now, we introduce a unit vector perpendicular to this curve in this small length.

16. このようなベクトルは，法線ベクトル，または単位法線ベクトルと呼ばれます．

16. Such a vector is called a normal vector or a unit normal vector.

17. 今，左から右への流出量を計算しているので，ここでは，この法線ベクトルを右向きとします．

17. Now, the fluid flows from the left to the right, therefore, we take this vector rightward.

18. すると，この平行四辺形の面積は，ベクトル v の法線ベクトルの方向の成分 v_n と dl の積で表すことができます．

18. Then, the area of this parallelogram is expressed by the product of dl and the component of v in the direction of normal vector.

19. この v_n は v の絶対値掛けるコサイン θ，つまり，ベクトル $\boldsymbol{v}$ と法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ の内積で与えられます．

19. This v_n is given by the product of the absolute value of v and cosine θ. Namely, it is given by the inner product of vector $\boldsymbol{v}$ and normal vector $\boldsymbol{n}$.

20. よって, 区間 dl を通過する流出量は $\boldsymbol{v}$ ドット $\boldsymbol{n}dl$ となります．

20. Therefore, the quantity of fluid which passes through the length is $\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n}dl$.

21. これが，流出量に対する公式となります．

21. This is the formula for the quantity of fluid flowed out.

22. ここでの，流入か流出かという違いは，本質的ではありません．

22. The difference between the inflow and outflow is not essential.

23. 法線ベクトルの向きを指定したとき，それと

23. When the direction of the normal vector is

同じ向きに流れているとき，つまり，$\boldsymbol{v}$ と $\boldsymbol{n}$ の内積が正であれば，流出であり，逆に法線ベクトルの向きと逆に流れているとき，つまり，$\boldsymbol{v}$ と $\boldsymbol{n}$ の内積が負であれば，流入あるいは負の流出と考えます.

specified, the outflow is the case that the fluid flows in the same direction as the normal vector (namely the inner product of $\boldsymbol{v}$ and $\boldsymbol{n}$ is positive) and the inflow is the case that the fluid flows is in the opposite direction to the normal vector (namely, the inner product of $\boldsymbol{v}$ and $\boldsymbol{n}$ is negative).

キーワード

・流出 ・流入 ・法線ベクトル

日本語解説

文１４「水色」

「水」は water で、「色」は color です。「水色」は“水のような明るい青色”（light blue）という意味の熟語です。

（例）色を表す漢字

赤	red	黒	black
青	blue	白	white
黄色	yellow	灰色	gray
緑	green	茶色	brown
紫	purple	橙	orange

文２３「正」「負」「逆」

「正」はここではプラス（plus）という意味の漢字です。他にも、正しい（correct, (moralistically) clean, good, honorable）という読み方や意味もあります。

「負」は「正」の反対の意味の漢字で、マイナス（minus）という意味です。他にも、負ける（to lose）という読み方や意味もあります。

「逆」は“反対”（oposite）という意味の漢字です。「正」の逆は「負」です。

6．偏微分

偏微分

偏微分：　他の変数を固定し，1つの変数だけで微分すること

$f(x,y)$ ：2つの独立変数を持つ関数

x についての偏微分係数（偏導関数）

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\lim_{dx\to 0}\frac{f(x+dx,y)-f(x,y)}{dx}$$

y についての偏微分係数（偏導関数）

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\lim_{dy\to 0}\frac{f(x,y+dy)-f(x,y)}{dy}$$

全微分：　全ての変数を変化させた微分

$$\begin{aligned} df &= f(x+dx,y+dy)-f(x,y) \\ &= \boxed{f(x+dx,y+dy)-f(x,y+dy)} \rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} \\ &\quad \boxed{+f(x,y+dy)-f(x,y)} \rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} \end{aligned}$$

$$\boxed{df=\frac{\partial f}{\partial x}dx+\frac{\partial f}{\partial y}dy}$$

1. 次は，この後の説明を理解するために不可欠な，偏微分について勉強します．

   Next, we study the partial differentiation which is prerequisite to understand the following concepts.

2. ２個の独立変数をもつ関数 $f(x,y)$ を考えます．

   We consider a function $f(x,y)$ with two independent variables.

3. ここでの $f(x,y)$ はスカラー場であってもよいですし，ベクトル場の１成分であってもよいです．

   Here, $f(x,y)$ can be a scalar field or a component of a vector field.

4. 今，y を固定したままで x を dx だけ増して $x+dx$ としたときの関数 f の変化量と dx の比は $\dfrac{f(x+dx,y)-f(x,y)}{dx}$ となります．

   When x becomes $x+dx$ holding y constant, the ratio between the increment of f and dx is $\dfrac{f(x+dx,y)-f(x,y)}{dx}$.

5. そして，$dx\to 0$ とした時の、この変化量の比の極限値を x についての偏微分係数または，偏導関数と呼び，このように表します．

   The limit value of this ratio as $dx\to 0$ is called a partial differential coefficient on x or a partial derivative and is denoted like this.

6.	この偏微分の記号は，通常の微分記号と同様に，ディー あるいはラウンドディーと読みます．	6.	This symbol is read “dee” similar to the ordinary symbol for the differentiation or “round dee”.
7.	また，このように，x の偏微分係数を求めることを，x で偏微分するといいます．	7.	The operation to derive a partial differential coefficient with respect to x is called the partial differentiation by x.
8.	y の偏微分係数に関しても，x と同様に，このように表します．	8.	A partial differentiation with respect to y is expressed in the same way as x like this.
9.	このように，偏微分とは，他の変数を固定し，1つの変数だけで微分することをいいます．	9.	In this way, the partial differentiation means the differentiation with respect to one of the variables with the others held constant.
10.	なお，dx や dy を十分に小さくとれば，これらの式で極限をとらなくても，それらの値は微分係数とほとんどかわりがありません．	10.	If dx and dy are small enough, these values are almost the same as the differential coefficients without taking the limit value.
11.	なので，今後の説明では，lim という記号は省略して考えます．	11.	Therefore, we eliminate the symbol lim in the following derivation.
12.	次に，x と y の両方を，それぞれ dx と dy だけ変化させた場合を考えましょう．	12.	Next, let’s consider the case that both x and y change by dx and dy, respectively.
13.	このとき，f の変化量 df は，このように書けます．	13.	In this case, the increment df of f is written like this.
14.	そして，この式を，次のように変換します．	14.	Then, we transform the expression like this expression.
15.	これは，緑四角の式を引いて，加えているので，元の値と変化はありません．	15.	The value of this expression is the same since the terms in the squares cancel each other.
16.	このとき，1行目は x の偏微分係数に dx を掛けたものであり，2行目は y の偏微分係数に dy を掛けたものとなっています．	16.	The first line of this expression is the same as the multiplication of dx and the partial differential coefficient with respect to x, and the second one is the same as the multiplication of dy and the partial differential coefficient with respect to y.
17.	ただし，この1行目は，y の代わりに，$y+dy$ となっているので，本来は $y+dy$ における x の偏微分係数を与えるものです．	17.	However, the first line is the partial differential coefficient with respect to x at $y+dy$ because y is replaced by $y+dy$ in the

function.

18. しかし，dy は微小量であるので、これは y における x の偏微分係数と同じであると考えられます。

18. But, since dy is small, this value is substantially the same as the partial differential coefficient with respect to x at y.

19. よって，変化量 $df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$ という式を得ることができます.

19. Therefore, we obtain $df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$.

20. この左辺を，全ての変数を変化させた微分という意味で、全微分と呼びます.

20. The quantity in the left-hand side is called the total differential because the differential is obtained by changing all variables.

キーワード

・偏微分係数　・偏導関数　・全微分

日本語解説

文６「ディーあるいはラウンドディー」

「ディー」は“dee”を日本語の読み方にしたもの、「ラウンドディー」は“round dee”を日本語の読み方にしたものです。「ディー」はアルファベット d の読み方と同じです。“ディ”は元々の日本語にはない発音ですが、英語の“di”“dee”を日本語の読み方にする時に使います。“デ”と読む言葉もあります（下の例の* 印）。

（例）	disk	ディスク	
	discount	ディスカウント	
	comedian	コメディアン	
	handicap	ハンディキャップ	ハンデキャップ*
	coordinator	コーディネーター	

文１８「微小量」

「微」はとても小さい・少ない（minuteness）という意味です。「小」は小さい（small）という意味です。「微小」はこの 2 つの漢字を組み合わせた熟語で、やはり“とても小さい”（microscopic, minute）という意味になります。また、似た言葉に、少ない（few）という意味の“少”という漢字と組み合わせた“微少”という熟語もあります。これは“とても少ない”（minute）という、「微小」とほぼ同じ意味になります。

「微」の反対の意味の漢字に“巨”があります。これはとても大きい（huge）という意味です。「小」

の反対の意味の漢字は"大"で、大きい（big）という意味です。これらを組み合わせた"巨大"という熟語があり、"とても大きい"（very big; huge）という意味になります。また、"少"の反対の意味の漢字に多い（much）という意味の"多"という漢字がありますが、"巨多"という言葉はありません。

以上のように、似た意味の漢字が組み合わさって、1つの熟語になることが他にもあります。

（例）	変	change	＋	動	move	＝	変動	increment
	便	convenient	＋	利	useful	＝	便利	convenient
	記	write	＋	入	input	＝	記入	write down
	反	anti	＋	対	counter	＝	反対	opposite, disagree
	早	early	＋	速	fast	＝	早速	soon

7．勾配

勾配　gradient

「スカラー　→　ベクトル」への演算

例　（二次元）高さ→傾斜
（三次元）圧力→風

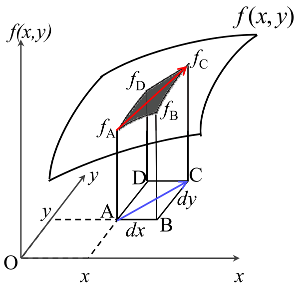
$$df = f_C - f_A = \boxed{f(x+dx, y+dy) - f(x,y)}$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$$

全微分

$$= \boxed{\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right)} \cdot (dx, dy)$$

移動ベクトル



勾配（グラディエント）

$$\boxed{\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right) \equiv \mathrm{grad}\, f = \nabla f}$$

ナブラ: $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right)$

1. ここからは，偏微分を用いた計算の中で，ベクトル解析において頻繁に活用する，勾配，発散，回転について学んでいきます．
2. まずは勾配についてです．
3. 勾配は，英語ではグラディエントといい，スカラー場から場の各方向への変化率を記述する偏微分ベクトル場です．
4. 具体的な例で言うと，高さの分布からその傾斜を計算したり，圧力場から風の向きや大きさを計算するなどです．
5. では，その勾配の定義を求めてみましょう．
6. 図のように2次元平面で定義されたスカラー場 $f(x,y)$ を考えます．
7. この曲面の勾配を求めます．
8. そのために，まず，xy 平面内で，近接した2

1. In the following, we study gradient, divergence and rotation which are often used in the vector analysis.
2. First, I will explain about gradient.
3. Kobai (in Japanese) is called gradient in English. It is a vector field obtained by partially differentiating the scalar field and represents the rate of change in each direction.
4. In practical example, it is used to obtain slope from the distribution of the height or to obtain the magnitude and direction of wind from a pressure distribution.
5. Let's derive its definition.
6. We consider a two dimensional scalar field $f(x,y)$ shown in this figure.
7. We will obtain the slope of this curved surface.
8. To do this, we obtain the difference in height between two closed points A and C in the

つの点A, C での高さの差を考えてみましょう.

9. これらの2点の座標を A=(x, y), C=$(x+dx, y+dy)$ とし，そこでの関数 f の値，つまり，曲面の高さを，それぞれ f_A，f_C とする．この2点間の高さの差 df は $df = f_C - f_A = f(x+dx, y+dy) - f(x, y)$ と表せます.

10. そしてこれは，先ほど勉強した全微分の形になっていることに注目すると，これはこのようにできます.

11. ここで，この式に対して別の見方をしてみましょう.

12. この式はベクトル$\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}\right)$とベクトル (dx, dy) のスカラー積の形となっています.

13. この時，ベクトル (dx, dy) は A点から C点に向かう微小な移動を表すベクトルです.

14. それに対して，このベクトル$\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}\right)$は曲面の x方向，y方向の傾きを成分にもつベクトルです.

15. このようなベクトルを勾配といい，gradient の略である grad や ∇(ナブラ) という記号を用いて，このように表します.

16. このナブラというのは，このように定義されています.

17. これは，ベクトルの性格をもつと同時に，微分演算子でもあります.

18. このナブラの性質はベクトル解析の重要なポイントでもあり，この後の発散や回転にも出てきますので，しっかり覚えてください.

xy-plane.

9. Let these coordinates be A= (x, y) and C= $(x+dx, y+dy)$, and the values of the function f, namely the height of the curved surface, be f_A and f_C. Then the difference in height between two points df is expressed by $df = f_C - f_A = f(x+dx, y+dy) - f(x, y)$.

10. Remembering the expression of the total differential, this is rewritten as ….

11. Let's interpret this in a different way.

12. This expression has a form of the scalar product of vector $\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}\right)$ and vector (dx, dy).

13. Vector (dx, dy) is a vector directing from point A to point C and represents a small displacement.

14. While, this vector $\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}\right)$ has slopes of the curved surface in the x and y directions as its components.

15. This vector is called the gradient and expressed by using notion ∇ (nabla) or grad which is an abbreviation of gradient.

16. This notation nabla is defined as this expression.

17. This notation has a characteristic of a vector and also is a kind of differential operator.

18. The characteristic of nabla is very important in vector analysis and will be used in the explanations on divergence and rotation. Please remember it.

キーワード

・勾配　・ナブラ

日本語解説

文１５「このような」

文１７「このように」

「このような」「このように」は like this という意味です。授業中に少し前に説明した内容を示したり、言葉では説明が難しい内容や長い数式について図や数式を指しながら使ったりする表現です。

「この」（this）は近くのものを示す指示代名詞（demonstrative pronoun）です。物理的に自分の近くのものを示す時にも使いますが、すぐ前の文章で出てきた内容を示す時もあります。名詞（noun）に付くときは「この～」という表現を使いますが、単独で使用する場合は“これ”を使います。また、示すものが複数ある場合、“これら”を使います。

場所や時間などの地点（point of place / time）を示すときは「ここ」を使います。英語では here という意味です。この場合は時間的な地点を示しています。

似た表現に“こちら”があります。これは物理的な地点や領域（area）を示す時に使います。

指示代名詞には、他に、自分より遠くのものを示す“あの”、自分と話している人のそばのものや少し前の文章に出てきた内容を示す“その”、疑問詞（question word）の“どの”を合わせた4種類があります。

この	これ	これら	ここ	こちら
あの	あれ	あれら	あそこ	あちら
その	それ	それら	そこ	そちら
どの	どれ		どこ	どちら

文１８「ポイント」

“点”を表す英語の point を日本語の読み方にしたものですが、“重要な点”（important point）という意味で使われます。

（例）今日の授業のポイントは「ナブラの性質」です。

The most important point of this lecture is “the characteristic of nabla”.

美味しい料理を作るポイントは素材選びです。

The essential technique of cooking is to select good materials.

文１８「この後」

「後」は、後（below, after）という意味と、後ろ（back）という２つの意味があります。ここでは後という意味です。反対の意味の漢字に“前”があり、以前（above, before）と正面（front）という意味があります。

8. 発散

発散 divergence

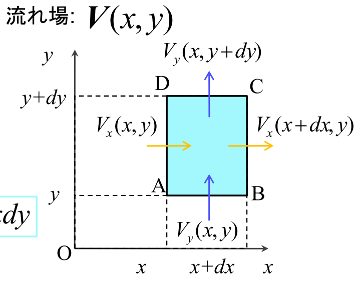
「ベクトル → スカラー」 への演算　例: 流速→わき出し量

わき出し量

$$\{V_x(x+dx,y)dy - V_x(x,y)dy\} \leftarrow x方向$$
$$+\{V_y(x,y+dy)dx - V_y(x,y)dx\} \leftarrow y方向$$
$$= \frac{\partial V_x}{\partial x}dxdy + \frac{\partial V_y}{\partial y}dydx = \boxed{\left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y}\right)} dxdy$$

単位面積当たりのわき出し量

流れ場: $\boldsymbol{V}(x,y)$



発散(ダイバージェンス)

$$\boxed{\left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y}\right) \equiv \mathrm{div}\boldsymbol{V} = \nabla \cdot \boldsymbol{V}}$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right)$$

1. 次は発散についてです.
2. 発散は, 英語ではダイバージェンスといい, ベクトル場の各点におけるわき出し量を記述するスカラー場です.
3. 具体的な例で言うと, 先ほどの流出・流入の図にあったように, ホースから水が出ている場面が考えられます.
4. この時, その水の速度場から, ホースからの水のわき出し量を計算するのが発散です.
5. それでは実際にわき出し量を計算してみましょう.
6. 図のように平面に流れ場 $\boldsymbol{V}$ (x, y) があるとします.
7. この中にある, 1辺が dx, dy の長方形を考

1. Next, we will study divergence.
2. “Hassan” (in Japanese) is called divergence in English. It is a scalar field describing the quantity of outflow from a source in a vector field.
3. As I showed in the former slide, water flowing out of a hose pipe is an example,
4. Divergence makes it possible to calculate the quantity of flowing water from the velocity vector field.
5. Now, let’s derive the quantity.
6. Consider a flow field $\boldsymbol{V}$ (x, y) in the xy–plane.
7. Assume a rectangle with edges dx and dy in this field. Let’s calculate the flow quantity

え，その内部から外部に流れ出す量を計算してみましょう．

8. 辺BC から流れ出す量は $\boldsymbol{V}$ の x 成分 V_x の $x+dx$ における値に BC の長さ dy をかけたもの，つまり，$V_x(x+dx,\ y)dy$ となります．

9. 同様に辺 AD から流入する量は $V_x(x,\ y)dy$ です．

10. 辺DC,AB から流出，流入する量も，それぞれ，$V_y(x,\ y+dy)dx$ と $V_y(x,\ y)dx$ となります．

11. これらを全部考えると，長方形からその外側に流出する正味の量，つまりわき出し量は x 方向の $\{V_x(x+dx, y)dy - V_x(x, y)dy\}$ と y 方向の $\{V_y(x, y+dy)dx - V_y(x, y)dx\}$ の和となるので，このようになります．

12. この式に先ほどの偏微分の定義式を用いると，このようになります．

13. ここで，$dxdy$ は長方形ABCD の面積なので，この $\left(\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}\right)$ は単位面積当たりのわき出し量という意味を持ちます．

14. これが，発散の定義であり，div を用いて，このように表されます．

15. また，勾配のときに出てきたナブラとスカラー積の成分表示を思い出すと，この div$\boldsymbol{V}$ は $\nabla\cdot\boldsymbol{V}$ と表すことができることが分かります．

which flow out from this rectangle.

8. The quantity which flow out through edge BC is obtained from the product of V_x , the x component of $\boldsymbol{V}$ at $x+dx$, and dy , the length of BC. Namely, this quantity is expressed by $V_x(x+dx,\ y)dy$.

9. Similarly, the quantity which flows in through edge AD is given by $V_x(x,\ y)dy$.

10. The quantities which flows out through DC and flows in through AB are given by $V_y(x,\ y+dy)dx$ and $V_y(x,\ y)dx$ respectively.

11. Considering all these quantities, we can obtain the quantity which flow out from the rectangle by adding $\{V_x(x+dx, y)dy - V_x(x, y)dy\}$ in the x direction and $\{V_y(x, y+dy)dx - V_y(x, y)dx\}$ in y the direction.

12. Applying the above mentioned definition on the partial differential, we obtain this expression.

13. Since $dxdy$ corresponds to the area of the rectangle ABCD, this $\left(\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}\right)$ means the quantity flowed out from a unit area.

14. This is the definition of divergence and is written like this by using div.

15. Remembering nabla explained in the gradient and the expression of a scalar product by their components, we see that div$\boldsymbol{V}$ can be expressed as $\nabla\cdot\boldsymbol{V}$.

キーワード

・発散　・わき出し量

日本語解説

文 7 「1辺」

ものを数えるときの表現で、数字の後ろに数えるものが付きます。ここでの「辺」は長方形の辺（sides of the rectangle）という意味です。1辺が one side、2辺が two sides という意味です。数字の読み方が一部変わるものや、数字によって“辺”を“ぺん”と読むことがあるので、注意が必要です。（下の表中の＊印）

数字の漢字と数え方

1	一	いち	1 辺	いっぺん*
2	二	に	2 辺	にへん
3	三	さん	3 辺	さんぺん*
4	四	し　よん	4 辺	しへん　よんへん　よんぺん*
5	五	ご	5 辺	ごへん
6	六	ろく	6 辺	ろくへん
7	七	しち　なな	7 辺	しちへん　ななへん
8	八	はち	8 辺	はちへん　はっぺん*
9	九	きゅう	9 辺	きゅうへん
10	十	じゅう	10 辺	じゅっぺん*　じっぺん*
11	十一	じゅういち	11 辺	じゅういちへん　じゅういっぺん*
12	十二	じゅうに	12 辺	じゅうにへん
13	十三	じゅうさん	13 辺	じゅうさんへん
		・・・		・・・

9．回転

回転 rotation

「ベクトル → ベクトル」への演算

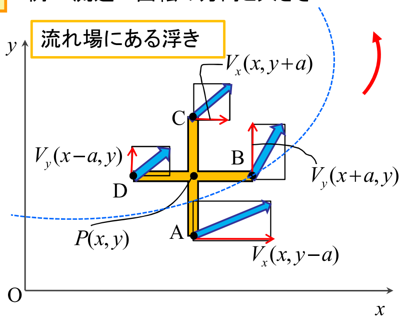
例： 流速→回転の方向と大きさ

回転する流れ場

$\dfrac{\partial V_y}{\partial x}$: V_yのx方向の勾配

$\dfrac{\partial V_x}{\partial y}$: V_xのy方向の勾配

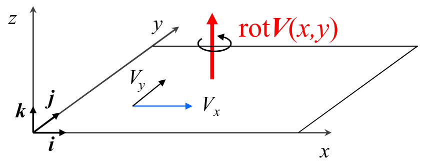
回転を発生



回転（ローテーション）

$$\boxed{\left(\frac{\partial V_y}{\partial x}-\frac{\partial V_x}{\partial y}\right)\boldsymbol{k} \equiv \mathrm{rot}\boldsymbol{V} = \nabla\times\boldsymbol{V}}$$

z軸回り



1. 次は回転についてです．
2. 回転とは英語ではローテーションといい，ベクトル場において，その各点周りで場が回転しようとする傾向を表す微分ベクトル場です．
3. 具体的な例で言うと，ローテーションを使うと，ある流れ場において，その流速分布より，その場が回転をしようとする方向とその大きさを計算することができます．
4. それでは，実際に回転（ローテーション）の定義を求めてみましょう．

5. 今，右上の図のように，回転している流れ場Vの中にある浮きを考えます．
6. このとき，水色矢印が各点ABCDにおける速度を表しているとすると，その速度のy方向成分V_yのx方向への勾配と，x方向成分V_xのy方向への勾配とが，この浮きの中心を

1. Next, I will explain rotation.
2. “Kaiten”(in Japanese) is called rotation in English. In a vector field, it is a differential field which represents the tendency to rotate around that point.
3. For example, using the velocity distribution in a flow field, the rotation calculates the magnitude and direction of fluid rotation at that point.
4. Now, let’s derive the definition of rotation.

5. We consider a bobber in a rotating flow field V as shown in the upper right figure.
6. In this case, blue arrows represent velocities at points A, B. C, and D, respectively. Then, we can see that the gradient of the y-component V_y in the x-direction and the gradient of

軸とする回転を発生させるということがわかると思います.

7. これらは，偏微分の形を用いると，y 方向成分 V_y の x 方向への勾配は $\dfrac{\partial V_y}{\partial x}$，$x$ 方向成分 V_x の y 方向への勾配は $\dfrac{\partial V_x}{\partial y}$ と表すことができます.

8. ここで，右下の図のように反時計回りを正とすると, その回転の大きさは $\left(\dfrac{\partial V_y}{\partial x}-\dfrac{\partial V_x}{\partial y}\right)$ と表すことができる.

9. この大きさを持ち，この平面に垂直な回転軸の向きをもつベクトルが回転, またはローテーションです.

10. 座標系$0-xyz$を考えたとき，その回転軸の方向は，xy平面に垂直な方向である z方向です.

11. ローテーションはrot用いて, rot$V$ と表します.

12. また，この形は，ナブラとベクトルV のベクトル積の形となっているので，よって，$\nabla\times\mathbf{V}$ と表すこともできます.

the x -component V_x in the y -direction make the bobber rotate around its center axis.

7. By using partial differential, the gradient of the y -component V_y in the x -direction is expressed by $\dfrac{\partial V_y}{\partial x}$ and that of the x -component V_x in the y -direction is expressed by $\dfrac{\partial V_x}{\partial y}$.

8. If we determine the counter clockwise direction as the positive direction, the magnitude of the rotation is given by $\left(\dfrac{\partial V_y}{\partial x}-\dfrac{\partial V_x}{\partial y}\right)$.

9. The vector with this quantity and which has its direction perpendicular to this plane is the rotation.

10. In the coordinate system $0-xyz$, the direction of the rotation is the z-direction perpendicular to the xy-plane

11. The rotation is expressed as rot$V$ using the symbol rot.

12. This expression is the same as the vector product of nabla and vector V, therefore is given by $\nabla\times\mathbf{V}$.

キーワード

・回転

日本語解説

文２「ローテーション」

英語の rotation を日本語の読み方にしたものです。

英語の “tion” の発音は、通常 “ション” と書きます。“シュン” や “チョン” と間違えやすいので注意が必要です。

（例）condition　コンディション
　　animation　アニメーション
　　station　ステーション
　　decoration　デコレーション
　　information　インフォメーション

文８「反時計回り」

「時計」は clock です。「時計回り」とは、時計の針が回る方向に回転する（clockwise）という意味です。

「反」は anti, opposite という意味の漢字です。したがって、「反時計回り」とは、時計の針が回る方向と逆に回転する（counterclockwise）という意味になります。

10. ガウスの定理

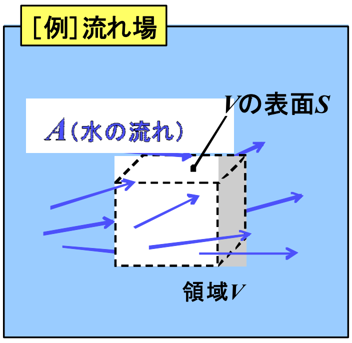
物理学への応用例：ガウスの定理

ガウスの定理

ある領域での**体積積分** ⇒ その表面での**面積積分**

ベクトル場Aに成り立つ発散（div）についてのガウスの定理

$$\int_V divA\,\mathrm{d}V = \int_S \boldsymbol{n}\cdot A\,\mathrm{d}S$$



一様流
$divA = 0$ ：湧き出しなし
$\int_S \mathbf{n}\cdot A\mathrm{d}S = 0$ ：流入量＝流出量

湧き出し
$divA > 0$ ：湧き出しあり
$\int_S \mathbf{n}\cdot A\mathrm{d}S > 0$ ：流入量＜流出量

吸い込み
$divA < 0$ ：吸い込みあり
$\int_S \mathbf{n}\cdot A\mathrm{d}S < 0$ ：流入量＞流出量

1.	最後に，物理学への応用例としてガウスの定理について説明します．	1.	Finally, I will explain the Gauss' theorem as an example of this application.
2.	ガウスの定理とは，いったいどういうものなのか．簡単に説明すると，ある領域での体積での積分つまり体積積分を，その表面での面積での積分，つまり面積積分に置き換えてしまう，というものです．	2.	I will explain Gauss' theorem briefly beforehand. This law relates the surface integral, that is the integral on a certain surface, to the volume integral, that is the integral inside the surface.
3.	別名，発散定理ともいいます．	3.	It is also called the divergence theorem
4.	そのガウスの定理とはどういった式で表されるのか見ていきましょう．	4.	Let's discuss the mathematical expression of the Gauss' theorem.
5.	ベクトル場$\boldsymbol{A}$ に成り立つ発散についてのガウスの定理は，このような式で表されます．	5.	The Gauss' theorem on divergence in a vector field is expressed by this expression.
6.	この式の左辺と右辺について順番にみていきます．	6.	I will explain the left-hand side and the right-hand side of this expression.
7.	左辺の積分される関数，つまり被積分関数は，ナブラとベクトル場$\boldsymbol{A}$との内積であり，ベクトル場の発散です．	7.	In the left-hand side, the function in the integral is the inner product of nabla and vector field $\boldsymbol{A}$, namely the divergence in the vector field.
8.	積分される領域はある閉じた曲面で囲まれる体積 Vであり，そのすべての領域で体積	8.	The range under integral is a volume in a closed surface. It is integrated in the whole domain.

積分されます．

9. 右辺は，その閉じた曲面での面積積分であり，積分される関数，被積分関数は面上での法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ とベクトル場 $\boldsymbol{A}$ との内積です．

9. The right-hand side represents the surface integral of the closed surface. The function in the integral is the inner product of the outward normal vector $\boldsymbol{n}$ and vector field $\boldsymbol{A}$.

10. この両辺が等しいというのがガウスの定理です．

10. Gauss' theorem says that the quantities in both hands are equal.

11. それではこのガウスの定理が具体的にどういったものであるのか,あるベクトル場を例にとって考えていきます．

11. Let's interpret Gauss' theorem using a vector field.

12. 今回，例としてとりあげるのは，水の流れ場です．

12. This time, we adopt a water flow field.

13. いま，ベクトル場 $\boldsymbol{A}$ を水の流れだとします．ベクトルの発散は，湧き出しや吸い込みを意味するものなので，ガウスの定理の左辺は『領域 V 内全体で，新たに湧き出したり，吸い込まれたりする水の総量』を表しています．

13. Suppose that the vector field $\boldsymbol{A}$ represents a water flow. Since divergence of vector means source or sink, the left-hand side of Gauss' theorem represents "the sum of all sources minus the sum of all sinks".

14. 一方，右辺の中の $\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{A}$ は『領域 V の表面 S における，$\boldsymbol{A}$ の法線方向成分』です．

14. On the contrary, $\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{A}$ in the right hand side means " the component of $\boldsymbol{A}$ in the normal direction on the surface S of the domain V.

15. つまりガウスの定理の右辺は『領域の表面 S 全体を通過する流れの総量』を表わしています．

15. Namely, the right-hand side of Gauss' theorem is "the net out flow passing through total surface S of the domain".

16. もし，この流れ場が領域 V 内に湧き出しや吸い込みのない一様な流れであれば，領域内での水の増減は無く，また領域 V に流入する水量と領域 V から流出する水量は同じになります．

16. If there is no source or sink in the domain V as in an uniform flow field, the quantity in this domain does not increase or decrease, and the quantity of water flowing in is the same as that flowing out.

17. そして，div$\boldsymbol{A}$ が正，つまり領域 V 内に湧き出しがあれば，領域 V から流出する水量の方が流入する水量よりも多くなり，領域内の湧き出し量は流出量から流入量を引いた量に等しくなります．

17. If div$\boldsymbol{A}$ is positive, that is there is sources in the domain V, more water flows out than that flows in, and the water discharged by the sources in this domain is equal to the outflow minus inflow.

18. 反対に，div$\boldsymbol{A}$ が負，つまり領域 V 内に吸い込みがあれば流入する水量の方が多くなり，吸い込み量は流入量から流出量を引

18. On the contrary, if div$\boldsymbol{A}$ is negative, that means there are sinks in the domain V, more water flows out than that flows in, and the water

	いた量に等しくなります.		flown into the sinks is equal to the inflow minus outflow.
19.	したがって，ガウスの定理の意味をことばで簡単に言うと「(領域内での水の増減) = (領域表面での流入した水と流出した水の量の差)」と言うことができます.	19.	Therefore, the we can explain Gauss' theorem in simple words as follows : (Increase of water in a domain) = (Inflow water minus outflow water through the surface)
20.	これがガウスの定理です.	20.	This is Gauss' theorem.
21	以上でベクトル解析の勉強を終わります.	21.	That ends the study on vector analysis,
22	が，最後に，ベクトル解析は世の中の物理現象と密接に結びついており，とても重要です. ガウスの定理からもそれが良く分かったと思います.	22	Finally, I want to say that vector analysis is closely related to physical phenomena in nature and is very important. I think that you can understand this from Gauss' theorem.
23.	ですから，皆さんもう一度しっかりと復習しておきましょう.	22.	So, please don't forget to brush up the contents.

キーワード

・回転

日本語解説

文６「左辺」「右辺」
文１０「両辺」

「左」は左（left）という意味です。また、「辺」は side, area という意味の漢字です。「左辺」は式の左側（left side）という意味になります。

「右」は「左」の反対の意味の漢字で、右（right）という意味です。したがって、「右辺」は式の右側（right side）という意味になります。

「両」は両方（both）という意味の漢字です。したがって、「両辺」は式の左側と右側の両方（both left side and right side）という意味になります。

このように、前の漢字が後ろの漢字を説明している熟語が他にもあります。

（例）	住所	address	:	住んでいる	to live	→	所 place
	食堂	cafeteria	:	食べる	to eat	→	堂 house
	教室	classroom	:	教える	to teach	→	室 room

文２２「流入」「流出」

「流」は流れる（flow）という意味の漢字です。「入」は入る（enter, come in）という意味の漢字です。したがって、「流入」は流れ入る（inflow）という意味になります。

「出」は「入」の反対の意味の漢字で、出る（exit, go out）という意味です。したがって、「流出」は流れ出る（outflow）という意味になります。

文２３「復習しておきましょう」

“ ～しましょう”という表現は、～することを勧める（to recommend）または一緒に～することを誘う（to invite）という意味があります。

“ ～しておく”という表現は、何かに備えて準備する（to prepare）という意味があります。

「復習する」は、勉強した内容をもう一度振り返る（to review）という意味です。

したがって、「復習しておきましょう」は“今後の授業などに備えて、今日勉強した内容をもう一度振り返った方が良いですよ”という、先生からのメッセージになります。